

Предисловие

Клетчатый лист бумаги — объект, знакомый каждому ребёнку. Но также это очень благодатная почва для иллюстрации большого количества математических идей. Задачи про клетки и таблицы очень разнообразны, а их сложность варьируется от очень простых до самых сложных. При этом на уроках математики такие задачи встречаются довольно редко, а на различных математических олимпиадах и конкурсах они бывают частыми гостями.

Автор был бы рад, если бы задачи этой книги появились не только на занятиях кружков, но и в школьных классах. Так, например, задачи первого занятия «Магические фигуры» решаются подсчётом двумя способами некоторой величины. Идейно их хорошо порешать перед тем, как решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, ведь составить уравнение — это и значит выразить одну и ту же величину двумя способами!

В этой книге собраны занятия, призванные раскрыть некоторые важные идеи и методы в применении к клетчатым листам и таблицам. Вот некоторые из них:

- подсчёт двумя способами одной и той же величины;
- инвариант;
- идеи чётности и делимости;
- уравнения в целых числах;
- вспомогательные разбиения;
- выбор областей;
- чередование.

Многие из этих идей распространяются далеко за пределы клетчатых объектов, и знакомство с ними может быть очень полезно для дальнейшего изучения математики.

Помимо знакомства с красивыми идеями, ученик, решающий задачи этой книги, начиная с самого первого занятия, последовательно развивает и оттачивает свои комбинаторные (в широком смысле этого слова) навыки.

Материал этой книги разбит на 9 занятий. Первые пять из них доступны школьникам 5–6 классов. Это следующие занятия.

- Магические таблицы.
- Разрезания и делимость.
- Оценка + пример.
- Шахматная раскраска – 1.
- Шахматная раскраска – 2.

Следующие два занятия рассчитаны на 6–7 классы. Вот эти занятия.

- Периметры.
- Перекрашивания в противоположный цвет.

Последние два занятия скорее предназначены для учеников 7–8 классов, хотя со многими задачами этих занятий может справиться и сильный шестиклассник. Вот эти занятия.

- Выбор областей и вспомогательные разбиения.
- Целочисленные уравнения и неравенства.

Разбиение по классам, конечно, условно. Независимо от возраста, для начинающего своё знакомство с кружковой математикой школьника могут оказаться очень полезны и первые занятия. А искушённый олимпиадной математикой пятиклассник может попробовать свои силы в более сложных занятиях.

В эту книгу не вошли занятия по методу вспомогательной раскраски, который можно прекрасно проиллюстрировать на клетчатых объектах. Этому методу в серии «Школьные математические кружки» планируется посвятить отдельную книгу.

Задачи каждого занятия идут в порядке возрастания сложности.

Первые задачи хороши для совместного обсуждения со школьниками. В них на примерах раскрываются ключевые идеи занятия, которые в дальнейшем помогут детям самостоятельно решать задачи. Автор рекомендует не сразу разбирать задачи перед всем классом, а вместо этого вести дискуссию с учениками, обсуждать предложенные детьми варианты решений. Можно попросить ученика рассказать решение задачи у доски. Если в решении есть какие-то ошибки или неточности, полезно попросить класс найти их.

Постепенно усложняясь, задачи требуют от ученика всё большей сообразительности. Автор предпочитает принимать большинство задач устно, однако это не всегда возможно. Если задачи простые, можно просто не успевать за школьниками. В этом случае разумно попросить детей записать решение. Или можно назначить проверяющими учеников, которые уже решили эти задачи (естественно, с согласия последних). Хорошо с некоторой периодичностью обсуждать решение важных (с точки зрения учителя) задач с классом, нужно только заранее предупредить, что будет обсуждаться определённая задача, чтобы дети успели подумать над ней.

К каждому занятию приводятся дополнительные задачи для повторения и углубления. Они отнесены в отдельную главу в конце книги. Среди задач этой группы встречаются как довольно простые задачи-упражнения, так и задачи повышенной сложности. Из дополнительных задач можно составить ещё занятие на данную тему, если учитель сочтёт это полезным. Сложные задачи можно предложить детям, которые справились с основной частью, или усилить за их счёт занятие, если оно недостаточно сложно для группы. Из дополнительных задач можно составить необязательное домашнее задание для мотивированных школьников или использовать часть из них для внутренней олимпиады кружка.

Большая часть задач приведены с подсказками, в некоторых задачах указан путь к решению. Все задачи снабжены подробными решениями. Это позволит заинтересованному школьнику заниматься по книжке самостоятельно, а учителю поможет сэкономить время на подготовку к уроку. Иногда приводится несколько разных решений одной задачи. К некоторым задачам помимо решений приведены комментарии. В частности, иногда предлагается правдоподобное на первый взгляд, но неверное решение, в котором нужно найти ошибку. Иногда обсуждаются некоторые следствия решения, что позволяет расширить понимание метода и задачи. Такие дискуссии с детьми очень полезны и помогают ученикам более глубоко погрузиться в материал.

В конце книжки все занятия представлены в виде раздаточных материалов. При желании учитель может использовать только часть предложенных занятий, использовать эти

занятия для более старших или более младших школьников, поменять порядок их изучения и т. д.

Благодарности. В первую очередь автор благодарен А. В. Шаповалову за проявленное терпение, большое количество предложенных задач и детальные обсуждения занятий. В частности, в занятии про периметры им предложена сама идея занятия и во многом сформировано его содержание.

В обсуждении первого занятия по шахматной раскраске участвовал А. А. Марачёв, в связи с чем автор выражает ему свою признательность.