# **IV Европейский математический турнир г. Тверь, 15-20 марта 2021 года Тур 1. Юниоры. Гранд-лига** *17 марта*

**1.** Вася сложил из доминошек прямоугольник 21х100 и раскрасил его диагонально в три цвета. В результате каждая доминошка раскрасилась в два цвета. Докажите, что из этих доминошек Вася может составить прямоугольник 35х60, диагонально раскрашенный в три цвета. (Диагональная трёхцветная раскраска означает, что каждая диагональ одного из направлений одноцветна, и если она не одноклеточная, то граничит с двумя диагоналями двух других цветов).

**2.** Выписаны числа 1, 2, 3, …, 2021. Можно ли из них выбрать такое число N, чтобы среди остальных у него было ровно 10 делителей и ровно 10 кратных (само число мы ни там, ни тут не считаем)?

**3.** Компьютер напечатал на ленту числа 1, 2, 3, …, 2020 в некотором нестандартном порядке, заданном Димой. Пробелы между числами не печатались, поэтому получилась длинная строка из цифр. Какое наибольшее число раз в такой строке можно будет подчеркнуть группу цифр 2021, идущих подряд именно в таком порядке?

**4.** Ковбои Ивэн и Одд выпустили в мишень по 20 пуль, каждый раз выбивая очки: Ивэн чётное, а Одд --- нечётное число. Ивэн попал в десятку, восьмёрку, шестёрку, четвёрку и двойку столько раз, сколько Одд в семёрку, пятёрку, тройку, единицу и девятку соответственно. В сумме они выбили поровну очков. Сколько девяток выбил Одд?

**5.** В ряд стоят 11 одинаковых шкатулок с одинаковыми монетами, в самой левой 11 монет, в каждой следующей на одну монету больше, чем в предыдущей. Шутник переложил из некоторой шкатулки Ш одну монету в шкатулку слева через одну. Как найти Ш за два взвешивания на чашечных весах без гирь?

**6.** Куб склеен из 1000 одинаковых деревянных кубиков. Матжучок прогрыз в нём 56 тонких прямых сквозных дыр, параллельных рёбрам и проходящих через центры кубиков. Из центра любого продырявленого кубика жучок может проползти до центра любого другого продырявленного кубика, не выходя на поверхность. Какое наибольшее число кубиков мог продырявить жучок?

**7.** Есть 20 кусков сыра двух весов. Докажите, что можно съесть один кусок, а часть из остальных (но не все) разрезать каждый на три равные части так, чтобы все имеющие куски были не более чем двух весов и их можно было бы разложить на три равные по весу кучки.

**8.** За круглым столом сидели несколько лжецов и рыцарей. Первый сказал: ``Не считая меня, здесь лжецов на одного больше, чем рыцарей''. Второй сказал: ``Не считая меня, здесь лжецов на два больше, чем рыцарей'', и так далее вплоть до последнего. Сколько человек могло сидеть за столом?

*Авторы задач*: 3 - Д.Белов, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 – А.Шаповалов  
*Решаемость задач (решений у 8 команд)*: 1)6; 2)7; 3)7; 4)7; 5)2; 6)4; 7)8; 8)6.

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>

# **IV Европейский математический турнир г. Тверь, 15-20 марта 2021 года**

# **Тур 1. Юниоры. Первая лига** *17 марта*

**1.** На доске написаны два числа: 10 и 100. Паша и Вова делают ходы по очереди, начинает Паша. За один ход необходимо стереть одно из чисел и записать вместо него меньшее натуральное число, которое ещё не появлялось на доске. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из ребят может выиграть, как бы ни играл соперник?

**2.** Компьютер напечатал на ленту числа 1, 2, 3, …, 2021 подряд без пробелов между числами. Получилась строка цифр 1234567891011…2021. В ней можно подчеркнуть группу из 4 цифр подряд: 1234, 2345, …, 9101, …, 2021. Саша подчеркнул некоторую группу 6 раз. Обязательно ли в ней все четыре цифры одинаковы?

**3.** Ковбои Ивэн и Одд выпустили в мишень по 20 пуль, каждый раз выбивая очки: Ивэн чётное, а Одд --- нечётное число. Ивэн попал в десятку, восьмёрку, шестёрку, четвёрку и двойку столько раз, сколько Одд в семёрку, пятёрку, тройку, единицу и девятку соответственно. В сумме они выбили поровну очков. Сколько девяток выбил Одд?

**4.** 33 богатыря (старший из них Черномор) вспоминали, как вместе ходили в дозор. Каждый назвал число тех из присутствующих, с кем ему довелось ходить. Черномор объявил, что сумма всех названных чисел равна 333. ``Ой, - закричали каждый из остальных богатырей, --- про Черномора-то я и забыл!'' Докажите, что и помимо этого кто-то из богатырей ошибся.

**5.** На клетчатой доске 12х12 стоит поровну чёрных и белых ладей, причём белые ладьи не бьют никакие другие. Каково наибольшее число ладей на доске?

**6.** Разрежьте прямоугольник 1х5 на пять частей, из которых можно сложить квадрат.

**7.** В доме все комнаты прямоугольные. В одной из комнат в стене последовательно расположены три двери с такими надписями.  
Первая дверь: ``Эта дверь ведёт в ту же комнату, что и вторая дверь''.  
Вторая дверь: ``Эта дверь ведёт в комнату, в которую не ведут ни первая, ни третья дверь''.  
Третья дверь: ``Эта дверь ведёт в ту же комнату, что и первая дверь''.  
Ровно одно из этих утверждений ложно. Какое?

**8.** По окружности выписаны числа 1, 2, 3. Затем между каждыми двумя соседними числами вставили их сумму (в результате получилось шесть чисел: 1, 3, 2, 5, 3, 4). Потом повторили эту операцию еще 2020 раз. Найдите сумму получившихся чисел.

*Авторы задач*: 2, 3, 4, 5 – А.Шаповалов

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>