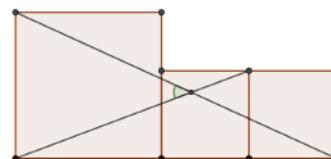


**V Европейский математический турнир
г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года**



Тур 4. 7-8 класс. Первая лига. Бои за 1 и 3 место. 19 марта

1. На доске написано натуральное число, в записи которого нет цифр 1, 2 и 9. Докажите, что если это число умножить на 3, то хотя бы одна из этих цифр в нём появится.
2. На турнир приехало 170 школьников, каждые двое из них либо знакомы, либо не знакомы друг с другом. В первый день турнира каждый школьник получил на обед один из m фруктов, причём каждые двое знакомых получили разные фрукты. На ужин каждый школьник получил один из n десертов, причём каждые двое не знакомых друг с другом получили разные десерты. Какое наименьшее значение может принимать произведение mn ?
3. Найдите наименьшее натуральное n такое, что из любых n точек общего положения в узлах целочисленной решётки можно выбрать три, являющихся вершинами треугольника с целой площадью.
4. Найдите все натуральные числа, у которых разность между суммой двух самых больших собственных делителей и суммой двух самых маленьких собственных делителей является простым числом. (Делитель натурального числа называется собственным, если он отличен от 1 и самого этого числа.)
5. На некотором острове проживают 1000 туземцев, каждый из которых либо лжец, либо рыцарь. Прибывший на остров новый губернатор может раз в день выбрать любую группу островитян и спросить каждого из выбранных, сколько лжецов находится в данной группе. (Каждый островитянин про каждого из остальных знает, является тот лжецом или нет.) За какое наименьшее число дней губернатор заведомо может выяснить, кто из островитян лжец, а кто рыцарь, если ему известно, что не все островитяне лжецы?
6. В таблице $m \times n$ расставлены неотрицательные числа так, что в каждой строке и каждом столбце есть хотя бы одно положительное число. Оказалось, что если на пересечении строки и столбца стоит положительное число, то суммы чисел в этих линиях равны. Докажите, что $m = n$.
7. Вначале есть куча из 2022 камней. Если число камней в куче больше 9, можно сделать следующую операцию: взять из кучи количество камней, равное ненулевой цифре этого числа, и либо добавить их в другую кучу, либо образовать из них новую кучу. На какое наибольшее число куч можно разложить все камни?
8. На рисунке изображены три квадрата. Найдите отмеченный угол.



Авторы задач: А.Шаповалов – 7.