# Олимпиада им. Г.П.Кукина

## 9 класс. 2009-2010 уч. год.

*1.* Прямая на координатной плоскости с уравнением y=px+q называется хорошей если она имеет ровно одну общую точку с графиком квадратного трёхчлена $y=x^2+qx+p$. Можно ли подобрать два различных числа p и q так, чтобы и прямая с уравнением y=px+q, и прямая с уравнением y= qx+p были хорошими прямыми? *(Штерн А.С.)*

*2.* На свободные поля шахматной доски по одной выставляются ладьи. Новую ладью разрешается выставить, если она бьёт четное число пустых клеток. Как, действуя таким образом, занять ладьями все 64 клетки доски? *(Шаповалов А.В.)*

*3.* Прямоугольный треугольник ABC (катет CB больше катета AC), вписан в окружность. На стороне BC выбрана точка D такая, что AC=BD, точка E середина дуги ACB. Найдите угол CED.

*4.* Петя нашёл сумму всех нечётных делителей некоторого чётного числа, а Вася – сумму всех чётных делителей этого числа. Может ли произведение этих двух чисел быть точным квадратом?

*5.* В тридевятом царстве всего четыре города, а движение на всех дорогах – одностороннее. Любые два города соединены парой противоположно направленных дорог, длины которых отличаются на 1 км. Назовем обход всех городов правильным, если он проходит через каждый город ровно по одному разу и начальный город совпадает с конечным (например: 1-2-4-3-1). Может ли оказаться, что любой правильный обход городов имеет такую же длину, как и обход этих городов в обратном порядке? *(Адельшин А.В.)*

*6.* Натуральное число называется зеброй, если оно либо однозначно, либо в его записи строго чередуются четные и нечетные цифры. Докажите, что всякое натуральное число, начиная с числа 3, можно представить в виде суммы трех зебр. *(Шаповалов А.В.)*