

Олимпиада им. Г.П.Кукина

8 класс. 2010-2011 уч. год.

1. У гражданина Сидорова есть ровно столько денег, сколько нужно на покупку тонны кругликов и тонны шмугликов. Если он купит на 20% кругликов больше, то ему сделают 40-процентную скидку на шмуглики, и оставшихся денег на покупку тонны шмугликов ему хватит. А если он купит на 40% шмугликов больше, то ему сделают 20-процентную скидку на круглики, и оставшихся денег на покупку тонны кругликов ему тоже хватит. Что дороже и во сколько раз: тонна кругликов или тонна шмугликов? (*фольклор*)
2. Придумайте какой-нибудь способ разделить прямоугольный треугольник с углом 30° на два меньших треугольника так, чтобы какая-то медиана одного из этих треугольников была параллельна одной из биссектрис второго треугольника. (*Шаповалов А.В.*)
3. Петя раскладывает карточки с числами $1, 2, \dots, 9$ в клетки таблицы 3×3 . Затем он отворачивается, а Витя меняет местами какие-то две карточки из клеток с общей стороной, и переворачивает все карточки лицом вниз. После этого Петя один раз показывает на одну или несколько карточек, а Витя сообщает сумму чисел на них. Сможет ли Петя действовать так, чтобы в результате гарантированно узнать, где какая карточка? (*Шаповалов А.В.*)
4. Кольцо из 6 дорог образует шестиугольник. В одной из вершин-перекрестков стоял автомобиль. Каждую минуту какие-то две дороги из шести открывались для движения. За эту минуту автомобиль, если мог, успевал переехать по одной из открытых дорог на соседний перекресток (а если не мог, то стоял). Известно, что никакая пара дорог не открывалась более одного раза. В итоге автомобиль сделал один полный круг. Какое максимальное время он мог находиться в пути? (*Адельшин А.В.*)
5. Три натуральных числа a, b, c подобраны так, что $\text{НОД}(ab, c) = \text{НОД}(a, bc)$. Докажите, что после сокращения дроби a/c получится несократимая дробь, числитель и знаменатель которой взаимно просты с b . (*Штерн А.С.*)
6. В пятиугольнике $ABCDE$ $AB=BC=CD=DE$, $\angle B=96^\circ$ и $\angle C=\angle D=108^\circ$. Найдите угол E . (*фольклор*)

www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html