

# Олимпиада им. Г.П.Кукина

## 9 класс. 2010-2011 уч. год.

1. Числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  подобраны так, что выполнены равенства  $x(x-1)+2yz = y(y-1)+2xz = z(z-1)+2yx$ .  
Какие значения может принимать величина  $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$ ? (фольклор)
2. Высота  $AH$  и биссектриса  $CK$  треугольника  $ABC$  разбивают его на четыре части, две из которых – равнобедренные треугольники. Найдите отношение  $AC:BC$ . (фольклор)
3. Сумма трёх натуральных чисел (не обязательно различных) делится на каждое из этих чисел. Какие значения может принимать эта сумма? Объясните, почему другие значения невозможны. (Штерн А.С.)
4. В равнобедренном треугольнике вписанная окружность касается основания  $AB$  в точке  $F$ , а боковых сторон  $BC$  и  $AC$  – в точках  $D$  и  $E$  соответственно. Отрезок  $AD$  пересекает окружность в точке  $Q$ . Докажите, что прямая  $EQ$  делит отрезок  $AF$  пополам. (фольклор)
5. Каждая клетка клетчатого квадрата  $2010 \times 2010$  покрашена в синий или красный цвет. Известно, что в каждом столбце синих и красных клеток поровну, и в каждой строке синих и красных клеток поровну. Докажите, что найдутся две клетки одного цвета, симметричные относительно центра. (фольклор)
6. Есть прибор, который за одно испытание для любых 5 камней определяет среди них средний по весу. Как найти средний из 7 камней разного веса не более чем за 5 испытаний? (Кноп К.А.)

[www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html](http://www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html)