

Олимпиада им. Г.П.Кукина

11 класс. 2010-2011 уч. год.

1. A, B, C – углы треугольника, $4\sin A + 9\cos B = 5$, $9\sin B + 4\cos A = 12$. Найдите C . (фольклор)
2. В каждой вершине 2010-угольной призмы стоит число 1 или -1 . Докажите, что на некоторой грани призмы произведение чисел равно 1. (фольклор)
3. Существует ли выпуклый многогранник, отличный от пирамиды, в котором сумма плоских углов при двух вершинах равна сумме плоских углов при остальных вершинах? (Штерн А.С.)
4. Все коэффициенты квадратного трёхчлена ax^2+bx+c – положительные числа. По этому трёхчлену строится новый трёхчлен по следующему правилу: каждый коэффициент заменяется на произведение двух других коэффициентов (например, из трёхчлена $2x^2+x+3$ получается трёхчлен $3x^2+6x+2$). Затем то же делается с полученным трёхчленом и так далее, пока не будет получено 2010 трёхчленов, включая исходный. Сколько из полученных трёхчленов имеют отрицательный дискриминант? Привести все варианты ответа и доказать, что других вариантов нет. (Штерн А.С.)
5. Диагонали вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке X . Точки K, L, M, N – основания перпендикуляров, опущенных из точки X на стороны AB, BC, CD и DA соответственно. Докажите, что $KL+MN=LM+KN$. (фольклор)
6. Кольцо из n дорог образует правильный n -угольник. В одной из вершин-перекрестков стоял автомобиль. Каждую минуту какие-то две дороги из n открывались для движения. За эту минуту автомобиль, если мог, успевал переехать по одной из открытых дорог на соседний перекресток (а если не мог, то стоял). Известно, что никакая пара дорог не открывалась более одного раза. В итоге автомобиль сделал один полный круг. Какое максимальное время он мог находиться в пути? (Адельшин А.В.)

www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html