

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

18.12.2016, 8 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,
создателя системы городских математических олимпиад.*

1. Дата на электронном табло записывается шестью цифрами: 18.12.16. Дата называется удачной, если она записывается шестью различными цифрами. Будут ли в 2017-м году четыре удачных даты подряд (в четыре последовательных дня)? (*А.С. Штерн*)
2. Учительница математики нарисовала на доске прямоугольник $ABCD$. Ученик Петя разделил этот прямоугольник на две прямоугольники прямой, параллельной стороне AB . Оказалось, что площади этих частей относятся как 1:2, а периметры как 3:5 (в том же порядке). Ученик Вася разделил этот прямоугольник на две части прямой, параллельной стороне BC . Площади новых частей тоже относятся как 1:2. Как относятся их периметры? (*А.С. Штерн*)
3. В треугольнике ABC на стороне BC взята точка K , и проведены биссектрисы KM и KP треугольников AKB и AKC соответственно. Оказалось, что диагональ MK делит четырёхугольник $BMPK$ на два равных треугольника. Докажите, что M – середина AB . (*С.В. Усов*)
4. Двадцать восемь лямзиков весами 2, 3, 4 и 5 кг (по 7 лямзиков каждого веса) переправились через реку на вёсельной лодке, выдерживающей вес 10 кг. Известно, что каждый лямзик грёб не более двух раз. Докажите, что гребти пришлось не менее чем 12 лямзикам. (*С.В. Усов*)
5. Решите ребус $УХА = \text{НОК} (УХ, УА, ХА)$. Здесь $У, X, A$ – три различные цифры. Двухзначные и трёхзначные числа не могут начинаться с нуля. НОК нескольких чисел – наименьшее число, делящееся на каждое из них. (*А.С. Штерн*)
6. Петя отмечает на плоскости 4 точки так, чтобы их все нельзя было засечь двумя параллельными прямыми. Из прямых, проходящих через пары точек, Вася выбирает две, измеряет угол между ними. Васин платеж Пете равен градусной мере угла. Какую наибольшую сумму может гарантировать себе Петя? (*Шаповалов А.В.*)