МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

12.12.21

8 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. В городе О Завод производит 10% загрязнения воздуха, а остальное загрязнение — от автомобилей. Но пессимистичные жители говорят всем, что половина загрязнения воздуха в городе О — от Завода. Вопрос: какую часть машин надо удалить из города, чтобы слова жителей стали правдой? *(Кукина Е.Г.)*

2. Докажите, что найдется 100 чисел n, таких что $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$ делится на $(1 + 2 + \cdots + n)^2$. *(Усов С.В.)*

3. Диагональ параллелограмма образует с его стороной угол в 36°, что составляет треть всего угла. Докажите, что отношение большей стороны к меньшей не превосходит двух. *(Круглова И.А.)*

4. Назовем натуральное число особенным, если все его цифры различны, и при добавлении в его десятичную запись любой его цифры получается число кратное 3. Сколько существует особенных чисел? *(Адельшин А.В.)*

5. Всякая клетка поля 2x1000 (1000 рядов по две клетки в каждом) черная либо белая. Причем в каждом ряду обе клетки - одного цвета: в первом ряду они белые, в последнем - черные. В отмеченную клетку первого ряда ставят хомяка. Если хомяк стоит на черной клетке, то делает шаг вбок, на клетку того же ряда, если на белой - то вперёд, на клетку следующего ряда. Освобождаемая хомяком клетка меняет цвет. Когда первый хомяк покинул поле с последнего ряда, в отмеченную клетку запускают второго хомяка, затем - третьего. Кто пройдет поле за меньшее число шагов - первый, второй или третий хомяк? *(Усов С.В.)*

6. На плоскости проведены 500 прямых. Среди любых 26 из них найдётся 6 параллельных друг другу. Докажите, что среди любых 22 прямых найдутся параллельные. *(Шаповалов А.В.)*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

12.12.21

9 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. В городе О Завод производит 10% загрязнения воздуха, а остальное загрязнение — от автомобилей. Но пессимистичные жители говорят всем, что половина загрязнения воздуха в городе О — от Завода. Вопрос: какую часть машин надо удалить из города, чтобы слова жителей стали правдой? *(Кукина Е.Г.)*

2. Найдите отрицательный корень уравнения $\sqrt{9-x}=x^2-9$.

(Круглова И.А.)

3. Найдите наибольшее значение самого маленького угла треугольника, если одна из его сторон в два раза длиннее другой. *(Мещеряков Е.А.)*

4. На доске написано число 202112. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход надо заменить в числе одну цифру, увеличив или уменьшив её на 1. Нельзя получать числа, кратные 3 и числа, которые уже встречались ранее. Кто не сможет сделать ход, проигрывает. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник? *(Шаповалов А.В.)*

5. На плоскости проведены 500 прямых. Среди любых 26 из них найдётся 6 параллельных друг другу. Докажите, что среди любых 22 прямых найдутся параллельные. *(Шаповалов А.В.)*

6. Клетки поля 2x1000 (1000 рядов по две клетки в каждом) покрашены в черный и белый цвета, в первом ряду обе клетки белые. В клетку первого ряда ставят хомяка. Если хомяк стоит на черной клетке, то делает шаг вбок, на клетку того же ряда, если на белой - то вперёд, на клетку следующего ряда. Освобождаемая хомяком клетка меняет цвет. Когда первый хомяк прошел и покинул поле, на поле (в ту же клетку) запускают второго хомяка, затем - третьего. Кто пройдет поле быстрее - первый, второй или третий хомяк, если первому потребовалось ровно 2000 шагов, чтобы покинуть поле? *(Усов С.В.)*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

12.12.21

10-11 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. Вася проплыл от Пирса до Высокой сосны по реке и вернулся назад. При этом его фитнес-браслет показывает, что путь туда был 2 км, а путь обратно 10 км. На каком расстоянии находится Высокая сосна от Пирса? *(Кукина Е.Г.)*

2. Дан многоугольник $A_1A_2\ldots A_n$. На сторонах A_1A_2, A_2A_3,…, A_nA_1 отмечены точки B_1,B_2,…,B_n так, что выполнены равенства $\frac{A_1B_1}{B_1A_2}=\frac{A_2B_2}{B_2A_3}=\cdots\frac{A_nB_n}{B_nA_1}$. Далее для каждой вершины A_k проводят вектор A_kB_j, причем каждая из точек A_k и B_j используется один раз. Докажите, что сумма полученных векторов равна нулю. *(Задворнов В.С.)*

3. Докажите, что найдется бесконечное количество чисел n, таких что произведение от 1 до n делится $(n+1)^{2021}$. *(Усов С.В.)*

4. S_1 и S_2 - вневписанные окружности треугольника ABC, касающиеся сторон AB и AC соответственно, причем их линия центров параллельна биссектрисе угла HCB, где H - точка касания S_1 и окружности, вписанной в ABC. Найдите отношение площадей круга S_2 и треугольника ABC. *(Усов С.В.)*

5. На коралловом атолле живут 8 рыбок Дори. В 10:00 мимо них проплывала старая черепаха и рассказала каждой из рыбок ровно одну новость. Все новости разные. Каждый час каждая из Дори пересказывает все новости, какие знает, одной собеседнице. Потом ищет новую – и рассказывает ей (т.е. с 11-00 до 12-00 одна беседа, с 12-00 до 13-00 другая беседа и т.д.). Но вот беда: рыбки Дори все забывают и помнят только те новости, которые узнали (или, возможно, услышали снова) в последней или предпоследней беседе. Вопрос: через какое минимальное время все Дори могут узнать все новости? *(Кукина Е.Г.)*

6. На плоскости проведены 500 прямых. Среди любых 26 из них найдётся 6 параллельных друг другу. Докажите, что среди любых 66 из них найдутся не менее 14 параллельных друг другу. *(Шаповалов А.В.)*