**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

11.12.22

8 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.*

1. По кольцевому маршруту с постоянными скоростями ездили три Теслы. Красная Тесла ехала на встречу синей и зеленой, причем встречала зеленую каждые 4 минуты, а синюю - каждые 3 минуты. Как часто встречала другие машины зелёная Тесла?

(Усов С.В.)

1. Из 4 палочек сложен контур квадрата. Палочки разрезали так, что всего получилось 7 частей. Докажите, что можно выбрать три части и сложить из них треугольник.

(Шаповалов А.В.)

1. $x$ и $y$ – различные натуральные числа, причем $xy$ – точный квадрат. Докажите, что $x^{2}+xy+y^{2}$ – составное.

(Задворнов В.)

1. Четырехугольник *ABCD* таков, что *BC||AD*, через точку пересечения диагоналей *O* провели прямую *m*, пересекающую стороны *AD* и *BC* в точках *M* и *N* соответственно. Пусть *E* – точка пересечения *m* и *AB*, *F* – точка пересечения *m* и *DC*. Докажите, что если *MO=ON*, то *MF=NE*.

(Мещеряков Е.А.)

1. На шахматной доске разрешается выбрать область, содержащую четное число клеток, и взмахнуть волшебной палочкой - все клетки внутри области сменят цвет на противоположный. За какое наименьшее количество таких операций можно сделать доску одноцветной, или такое невозможно в принципе? (Область — это часть шахматной доски, состоящая из нескольких целых клеток этой доски, которая не развалится на отдельные части, если вырезать ее из шахматной доски.)

(Усов С.В.)

1. Несколько человек - рыцарей и лжецов - расставили по кругу и сообщили священное натуральное число без повторяющихся цифр, после чего одному из них дали микрофон, и он заявил: "В этом числе есть цифра 1". Потом подумал немного и сказал: "Это число делится на 1", и передал микрофон соседу слева. Тот произнёс в точности те же фразы, заменив "1" на "2", и передал микрофон соседу слева, и т.д. Левый сосед того, кто говорил про цифру 9, сказал "Это число содержит 0". А потом вдруг ляпнул: "Оно делится на 0" - и выронил микрофон. Известно, что цифр в священном числе на одну меньше, чем говоривших лжецов. На какую цифру оканчивается священное число?

(Усов С.В.)

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

11.12.22

9 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.*

1. Придумайте число, состоящее из различных цифр, которое нацело делится на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

(Кукина Е.Г.)

1. По кольцевому маршруту с постоянными скоростями ездили три Теслы. Красная Тесла зарегистрировала, что встречала зеленую каждые 3 минуты, а синюю каждые 5 минут. Зеленая: красную каждые 2 минуты, синюю - каждые 12. Синяя: красную каждые 4 минуты, зелёную каждые 7 минут. Оказалось, что каждая Тесла дала ровно одно верное показание. Как часто встречались Теслы, ездившие в одном направлении?

(Усов С.В.)

1. Существуют ли два различных приведенных многочлена $x^{2}+p\_{1}x+q\_{1}$, $x^{2}+p\_{2}x+q\_{2}$, причем $p\_{1},q\_{1}$ - корни второго, а $p\_{2}q\_{2}$ - корни первого?

(Усов С.В.)

1. Четырехугольник *ABCD* таков, что *AB||CD*, через точку пересечения диагоналей *O* провели прямую *m*, пересекающую стороны *AD* и *BС* в точках *M* и *N* соответственно. Пусть *E* – точка пересечения *m* и *AB*, *F* – точка пересечения *m* и *CD*. Докажите, что если *MO=ON*, то *MF=NE*.

(Мещеряков Е.А.)

1. На шахматной доске без угловой белой клетки разрешается выбрать область, содержащую чётное число клеток, и взмахнуть волшебной палочкой - все клетки внутри области сменят цвет на противоположный. За какое наименьшее количество таких операций можно сделать доску чёрной, или такое невозможно в принципе? (область — это часть шахматной доски, состоящая из нескольких целых клеток этой доски, которая не развалится на отдельные части, если вырезать ее из шахматной доски.)

(Усов С.В.)

1. Дома у хоббитов имеют не только дверь наружу, но и соединены с домами других хоббитов системой нор (без перекрестков), причем от каждого дома норами можно дойти до любого другого. При проведении соц. Опроса в котором участвовали все 100 хоббитов указали, что из их дома выходит 1 нора, 100 – что 2 норы, и т.д. 100 – что *n* нор к другим домам. Но половина всех хоббитов – хвастуны, и указали число большее, чем на самом деле, так что указанное общее число выходов в норы оказалось в полтора раза больше истинного. Честный хоббит Бильбо Бэггинс рассказывал, что однажды отправился в путешествие по норам и, спустя некоторое время, вернулся домой, посетив при этом дома всех хвастунов и не используя ни одну нору повторно. При каком наименьшем *n* это возможно, если известно, что нор между домами честных хоббитов нет.

(Усов С.В.)

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

11.12.22

10-11 классы

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.*

1. Придумайте число, состоящее из различных цифр, которое нацело делится на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

(Кукина Е.Г.)

1. *х* и *у* – различные натуральные числа, причем их произведение – точный квадрат. Докажите, что разность их кубов раскладывается в произведение трёх натуральных чисел, отличных от 1.

(Задворнов В.)

1. Из 4 палочек сложен контур квадрата. Палочки разрезали так, что всего получилось 10 частей. Докажите, что можно выбрать три части и сложить из них треугольник.

(Шаповалов А.В.)

1. По кругу стоят 2022 многочлена вида $x^{2}-px+q$, корни каждого являются коэффициентами следующего по часовой стрелке, причем хотя бы один из корней ненулевой. Что больше: произведение всех пэшек или сумма всех кушек?

(Усов С.В.)

1. Дома у хоббитов имеют не только дверь наружу, но и соединены с домами других хоббитов системой нор (без перекрестков). При проведении соц. опроса в котором участвовали все, 100 хоббитов указали, что из их дома выходит 1 нора, 100 – что 2 норы, и т.д. 100 – что *n* нор к другим домам. Половина хоббитов – честные, и всегда говорят правду, а половина – хвастуны, любят приврать, и указали число большее, чем на самом деле, так что указанное общее число выходов в норы оказалось в два раза больше истинного. Хоббит Бильбо Бэггинс рассказывал, что однажды отправился в путешествие по норам и выяснил, что невозможно за один переход по норе от честного хоббита добраться к честному. А не хвастун ли Бильбо?

(Усов С.В.)

1. В треугольнике *ABC* (*AB≠BC*) прямая, проходящая через вершину *B* и точку касания отрезка *AC* с соответствующей вневписанной окружностью, пересекает биссектрисы углов *A* и *C* в точках *M* и *N* . А сами биссектриссы пересекаются в точке *O*. Докажите, что равны площади треугольников *AON* и *CMO*.

(Задворнов В.)

<http://www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html>