МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

10.12.23

8 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. У принца семимильные сапоги-скороходы. За 1 минуту они переносят принца на 7 миль. А сняв их, принц может идти со скоростью 1 миля в минуту. Двигаться он может только по дороге – вокруг заколдованный лес! По дороге до принцессы 111 миль. Успеет ли он добраться за принцессы за 17 минут? (Кукина Е.Г.)

2. В бассейне (в стоячей воде) скорость Пети вдвое выше, чем скорость Васи. Но время, за которое Петя проплывает по реке от Пирса до Высокой сосны ровно такое же, какое тратит Вася, проплывая от Высокой сосны до Пирса. Во сколько раз быстрее доплывает Петя от Высокой сосны до Пирса, чем Вася в обратном направлении? (Кукина Е.Г.)

3. Точки M и N середины боковых сторон трапеции ABCD (BC||AD). Окружности w_1 и w_2 имеют центры в точках M, N и радиусы MB и NC соответственно. Пусть X и Y – произвольные точки на w_1 и w_2. Докажите, что XY не превосходит половины периметра ABCD. (Иранская олимпиада по геометрии, Мещеряков Е.А.)

4. На столе лежат карточки с числами 1, 2, …, 23 и пустая коробка. Петя и Вася по очереди перекладывают по одной карточке в коробку, начинает Петя. Выиграет тот, после чьего хода сумма в коробке впервые станет больше 200. Кто из них может выиграть, как бы ни играл соперник? (Шаповалов А.В.)

5. В вершинах тетраэдра записали 4 разных натуральных числа. На каждом ребре написали произведение этих чисел. В каждой грани записали произведение трех чисел в ее вершинах. Внутри тетраэдра записали число, равное произведению чисел во всех его вершинах. Все эти числа сложили и получили 2024. Какие числа были написаны в вершинах? (Кукина Е.Г.)

6. Помост для выступления Жасмин имеет форму квадрата 5x5 метров. У Аладдина есть три волшебных летающих ковра размера 4x4 метра. Может ли Аладдин покрыть коврами весь помост? Резать ковры нельзя. (Шаповалов А.В.)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

10.12.23

9 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. На доске была написана правильная дробь. Петя прибавил к её числителю положительное число, а знаменатель менять не стал. А Вася отнял это число от знаменателя, а числитель менять не стал. Оказалось, что Петя и Вася получили равные числа. Какие? (Штерн А.С.)

2. У принца семимильные сапоги-скороходы. За 1 минуту они переносят принца на 7 миль. А сняв их, принц может идти со скоростью 1 миля в минуту. По дороге до принцессы 111 миль. За какое минимальное время принц доберется до принцессы? (Кукина Е.Г.)

3. Встретились как-то раз три ученика-волшебника из Хогвартса.
Белла сказала: среди этих двух нет волшебников.
Томми сказал: среди этих двух тут всего один волшебник!
А Мина сказала: среди этих двух оба волшебники.
А все дело в том, что слизеринцы грязнокровок за волшебников не считают! Кто из детей учится в Слизерине?
Кто из детей чистокровные волшебники?
Напомним, что Слизерин — это один из факультетов школы магии Хогвартс. (Кукина Е.Г.)

4. Есть карточки с числами 1, 2, …, 99. Петя и Вася по очереди берут по одной карточке и выкладывают их на стол. Каждый записывает после своего хода сумму всех выложенных чисел. Выигрывает тот, у кого сформируется самая длинная цепочка сумм, такая, что первая сумма делится на 1, вторая – на 3, третья – на 5 и т.д. Кто выиграет при правильной игре? (Усов С.В.)

5. У квадратного трёхчлена ax^2+bx+c все коэффициенты различны и отличны от нуля. Петя переставил некоторым образом его коэффициенты. При этом ни один коэффициент не остался на своём месте, и получился трёхчлен с тем же дискриминантом. Докажите, что исходный трёхчлен имеет хотя бы один корень, меньший 1. (Штерн А.С.)

6. В остроугольном треугольнике ABC точка M – середина стороны AC, AD – высота. Внутри треугольника ABC отметили точку X такую, что угол AXB равен углу DXM и равны 90^o. Докажите, что угол XMB в два раза больше угла MBC. (Иранская олимпиада по геометрии, Мещеряков Е.А.)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

10.12.23

10-11 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. Предположим, что Земля представляет собой идеальный шар радиуса 1 урш (урш – мера длины равная радиусу Земли). Гарри Поттер и Пивз, находясь на северном полюсе, стремятся попасть на экватор. Пивз, поскольку является привидением, может двигаться сквозь твердые предметы со скоростью 1 урш в день. А скорость Гарри равна $\sqrt{2}$ урш в день. Докажите, что Гарри прибудет на экватор раньше, чем Пивз. (Мещеряков Е.А.)

2. Докажите, что для любых вещественных a, b уравнение $(a+b)x^2-5ax-10b=0$ имеет корень, не превосходящий 2.

3. Петя проплывает по реке от Пирса до Высокой сосны втрое быстрее, чем обратно. Он знает, во сколько раз быстрее Васи он плавает в бассейне, поэтому с уверенностью утверждает, что Васе путь туда-обратно и вовсе не под силу. Во сколько раз Петя быстрее Васи в стоячей воде? (Кукина Е.Г.)

4. Натуральное число называется полупростым, если сумма его цифр – простое число. Найдите наибольшее возможное количество последовательных полупростых чисел. (Штерн А.С.)

5. На столе лежат карточки с числами 1, 2, …, 100 и пустая коробка. Петя и Вася по очереди перекладывают по одной карточке в коробку, начинает Петя. Если после хода игрока сумма чисел в коробке не однозначна и записывается одинаковыми цифрами (например 44, 222 или 3333), игрок получает от соперника такое количество рублей, и игра продолжается. Она заканчивается, когда все карточки будут в коробке. Кто из игроков может получить больше денег, чем отдать? (Шаповалов А.В.)

6. Можно ли квадрат 4x4 разрезать на три части и накрыть ими контур квадрата 5x5? (Шаповалов А.В.)