

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

8.12.24

8 класс

1. Вася, придя на остановку, увидел, что автобус будет только через 10 минут, тогда он решил пройти одну остановку по пути автобуса. За 10 минут Вася пришел на следующую остановку и увидел, что автобус приедет через 5 минут. Во сколько раз Вася медленнее автобуса? (Мещеряков Е.А.)

2. В ряд сцеплены 3 шестерёнки, у которых в сумме 111 зубьев (одинаковой формы и размера). Если первую шестерёнку повернуть на 4 оборота, то вторая сделает 5 полных оборотов, а третья - 6 полных оборотов. Сколько зубьев у каждой шестерёнки? (Усов С.В.)

3. В четырехугольнике ABCD прямые AB и CD параллельны. Точка E на стороне BC равноудалена от прямых AB, AD и CD, M - середина AD. Докажите, что $AM=ME$. (Мещеряков Е.А.)

4. За круглым столом чётное число детей. Соседями считаем тех, кто сидит рядом или строго напротив. У каждого хотя бы два соседа-мальчика. Докажите, что девочек за столом не более трети. (Шаповалов А.В.)

5. Дана доска $n \times n$ ($n > 100$) шахматной раскраски. За ход разрешается выбрать клетку и перекрасить все клетки на диагоналях с выбранной клеткой (выбранная клетка не перекрашивается): черный становится белым, белый становится чёрным. Всегда ли можно за несколько ходов сделать доску белой? (Усов С.В.)

6. На плоскости проведены несколько прямых и отмечены все точки пересечения. Назовём прямую “равной”, если по обе стороны от неё отмеченные точки есть, и их – поровну. Может ли более 90% прямых оказаться “равными”? (Шаповалов А.В.)

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

8.12.24

9 класс

- 1.** Дом Вовы находится между остановками А и В, на расстоянии 50 метров от остановки А и 150 метров от остановки В. Выйдя из дома Вова заметил автобус выезжающий из-за поворота. Он пошел на встречу автобусу, на остановку А, при этом оказался на остановке одновременно с автобусом. В другой день, выйдя из дома и заметив автобус в том же месте, Вова пошел на остановку В и также оказался на остановке одновременно с автобусом. Во сколько раз автобус быстрее Вовы? (Мещеряков Е.А.)
- 2.** В ряд сцеплены 3 шестерёнки, у которых в сумме 111 зубьев (одинаковой формы и размера). Если первую шестерёнку повернуть на 4 оборота, то вторая сделает 5 полных оборотов, а третья - 6 полных оборотов. Сколько зубьев у каждой шестерёнки? (Усов С.В.)
- 3.** В четырехугольнике ABCD прямые AB и CD параллельны. Точка E на стороне BC равноудалена от прямых AB, AD и CD, M - середина AD. Докажите, что $AM=ME$. (Мещеряков Е.А.)
- 4.** За круглым столом чётное число детей. Соседями считаем тех, кто сидит рядом или строго напротив. У каждого хотя бы два соседа-мальчика. Детей пересадили по другому. Докажите, что детей, у которых есть две соседки, не более половины. (Шаповалов А.В.)
- 5.** Петя придумал новое умножение натуральных чисел. Произведением двух натуральных чисел a, b он называет число $a*b=a+b+ab$. «Энной» степенью натурального числа по Пете он называет число $a^{**n} = (((a*a)*a)*a \dots)*a$ (n раз). Петя утверждает, что для некоторых натуральных a, b выполнено равенство $a^{**n} = b^n$. Найдите все такие n , для которых утверждение Пети верно. (Штерн А.С.)
- 6.** Дана доска $n \times n$ ($n > 100$) шахматной раскраски. За ход разрешается выбрать клетку и перекрасить все клетки на диагоналях с выбранной клеткой (выбранная клетка тоже перекрашивается): черный становится белым, белый становится чёрным. Всегда ли можно за несколько ходов сделать доску белой? (Усов С.В.)

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

8.12.24

10-11 класс

1. Решите уравнение $x^2+4xu+5y^2-6y+9=0$. (Мещеряков Е.А.)
2. В ряд сцеплены 3 шестерёнки, у которых всего 999 зубьев (одинаковой формы и размера). Если первую шестерёнку повернуть на 4 оборота, то вторая сделает 5 полных оборотов, а третья – 6 полных оборотов. Сколько зубьев у каждой шестерёнки? (Усов С.В.)
3. Дан четырехугольник ABCD, точка E - точка пересечения биссектрис углов ABD и ADB; F - точка пересечения биссектрис углов CBD и CDB. Оказалось, что прямая EF перпендикулярна прямой BD. Докажите, что в четырехугольник ABCD можно вписать окружность. (Мещеряков Е.А.)
4. На поверхности кубика Рубика $3 \times 3 \times 3$ отмечены несколько точек так, что в каждом из 54 квадратиков, включая его границу, отмечены ровно две точки. Какое наименьшее число точек может быть отмечено? (Шаповалов А.В.)
5. Компьютерная программа по паре положительных чисел x, y возвращает число $\frac{x+y}{2}$. Известно, что для любых трёх положительных чисел верно равенство $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Можно ли гарантировать, что для любых положительных чисел x и y верно равенство $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$? (Штерн А.С.)
6. Двое играют в следующую игру. Каждым ходом в одну из клеток полоски 1×2024 ставят 1 или 2, выигрывает тот, после чьего хода появится число 121. (Мещеряков Е.А.)

<http://www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html>