

Разрезания: счет узких мест

(МЛР=Можно ли разрезать?)

Углы

1. МЛР квадрат на правильные треугольники?
2. n -угольник разбили непересекающимися диагоналями на треугольники. Сколько получилось треугольников?
3. Каким наименьшим числом треугольников можно без наложений и перекрытий оклеить куб?
4. Можно ли разрезать какой-нибудь прямоугольник на равнобедренные треугольники с углом 75° при основании?

Число вершин и стороны

5. МЛР квадрат на треугольники, чтобы каждый граничил ровно с тремя другими?
6. Выпуклый n -угольник разрезан диагоналями на части. Докажите, что в каждой части не более n сторон.
7. МЛР квадрат на 33-угольник и три десятиугольника?
8. МЛР квадрат на тысячеугольник и 199 5-угольников?
9. МЛР квадрат на треугольники, чтобы каждый граничил не менее чем с 4 другими?

Длины и площади

10. МЛР квадрат на два многоугольника, чтобы отношение площадей было больше 2, а отношение периметров – меньше $\frac{1}{2}$?
11. Из шахматной доски вырезали одну угловую клетку. На какое наименьшее число равновеликих треугольников можно разрезать эту фигуру?
12. Квадрат разрезан на прямоугольные треугольники с катетами 3 и 4 каждый. Докажите, что число треугольников – четно.
13. МЛР квадрат на равные прямоугольные треугольники с углом 30° ?

На дом

14. МЛР какой-нибудь прямоугольник на равнобедренные треугольники с углом 30° при основании?
15. МЛР квадрат на прямоугольники так, чтобы каждый граничил ровно с 4 другими?
16. Существует ли правильная треугольная призма, которую можно оклеить (без наложений) различными равносторонними треугольниками? (Разрешается перегибать треугольники через ребра призмы.)
17. Многоугольник можно разрезать на 100 прямоугольников, но нельзя на 99. Докажите, что его нельзя разрезать на 100 треугольников.
18. Прямоугольник разрезан на конечное число прямоугольничков, у каждого из которых есть целая сторона. Докажите, что у исходного прямоугольника тоже есть целая сторона.
19. Квадрат разрезан на прямоугольные треугольники с катетами 1 и 2 каждый. Докажите, что число треугольников – четно.

А.В.Шаповалов, декабрь 2009 г. www.ashap.info/Uroki/1543/2009-10/index.html