# Узкие места

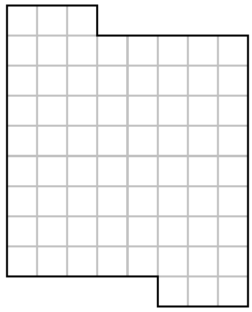
Кто нам мешает, тот нам поможет.

В задачах, где строят и исследуют конструкции, зацепкой к решению часто служит та часть конструкции, где *свобода выбора – наименьшая*. Такие места служат препятствиями к построению конструкции, или кажутся таковыми. Именно их мы и назовем *узкими местами*.

Узкое место редко состоит из одного элемента, обычно это группа из нескольких элементов конструкции, иногда отдаленных друг от друга.

Принцип крайнего советует в первую очередь обратить внимание на объекты «с краю», где край понимается в геометрическом или арифметическом (максимум, минимум) смысле. Крайность узкого места в том, что там степень свободы – наименьшая. А расположено оно может быть и посредине.

Узкие места обычно сочетаются с *постепенным конструированием*: выявив одно узкое место и использовав его для построения части конструкции, полезно поискать следующее узкое место.



**1.** Сколькими способами можно фигуру на рисунке разрезать по границам клеточек на
**а)** прямоугольники 1×5;
**б)** прямоугольники 1×7?

**2. а)** Два пятизначных числа зашифровали словами УЗКИЕ и МЕСТА (как обычно, одинаковые цифры заменили на одинаковые, разные – на разные). Пара цифр (не обязательно соседних) образует *беспорядок*, если левая цифра больше правой. Могло ли в исходных числах не быть беспорядков?
**б)** То же, если получились слова УЗКОЕ и МЕСТО?

**3. а)** Можно ли расставить 8 королей на шахматной доске так, чтобы они побили *все* свободные поля (как чёрные, так и белые)?
**б)** Можно ли расставить 10 королей на *белых* полях шахматной доски так, чтобы они побили *все* свободные поля (как чёрные, так и белые)?
**в)** Можно ли как в (б) расставить 9 королей?

**4.** У Васи есть два кубика, на каждую грань которых он хочет написать одну из цифр от 0 до 9. Может ли Вася так нарисовать цифры на гранях, чтобы получился «календарь»:
**а)** выбирая один кубик или выбирая два кубика и приставляя их друг к другу, на верхних гранях можно было бы получить любое число от 1 до 31?
**б)** выбирая два кубика и приставляя их друг к другу, на верхних гранях можно было бы получить любую комбинацию от 01 до 31?
(Перевернутую цифру 6 нельзя использовать как 9, а цифру 9 – как 6)

**5.** Можно ли разрезать квадрат
**а)** на 30-угольник и пять пятиугольников; **б)** на 33-угольник и три десятиугольника?

**6.** Решите ребус Я+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН=МЫ (как обычно, разные буквы означают разные цифры, одинаковые – одинаковые).

**7. а)** Можно ли представить 2012 как сумму пяти натуральных слагаемых так, чтобы все использованные цифры были различны?
**б)** А как сумму шести слагаемых?

**8.** Можно ли представить 89 как сумму трех различных нечетных слагаемых $a$, $b$ и $c$ так, чтобы $c$ делилось на $b$, а $b$ делилось на $a$?

**9. а)** Никита хочет сложить белый снаружи куб из 8 единичных белых кубиков. Какое наименьшее число граней должен испачкать Вова, чтобы помешать Никите?
**б)** А если Никита хочет сложить куб из 27 кубиков?
**в)** А если Никита хочет сложить куб из 64 кубиков?

10. Дан большой лист клетчатой бумаги. За одну операцию можно закрасить все ранее не закрашенные стороны одной клетки. За какое наименьшее число таких операций можно получить рисунок разбитого на клетки клетчатого квадрата 25×25?

### Узкие места: НА ДОМ

**УМ2.** Натуральное число не оканчивается нулем. Обязательно ли найдется кратное ему натуральное число, в записи которого каждая следующая цифра не меньше предыдущей?
**УМ3.** Может ли прямая разбить какой-нибудь шестиугольник на 4 равных треугольника?
**УМ4.** Вершины клеток квадрата 8×8 назовем *узлами*, их всего 81. Каким наименьшим числом прямых, не параллельных сторонам квадрата, можно зачеркнуть все узлы?

**УМ5**. Петя взял десять последовательных натуральных чисел, записал их друг за другом в некотором порядке и получил число $P$. Вася взял одиннадцать последовательных натуральных чисел, записал их друг за другом в некотором порядке и получил число $V$. Могло ли случиться, что $P = V$?

**УМ6.** Каким наименьшим количеством треугольников можно оклеить без наложений всю поверхность куба?