

Редукция и разминка

Имею желание купить дом, но не имею возможности.

Имею возможность купить козу, но не имею желания.

Так пусть же наши возможности совпадут с нашими желаниями!

Желаем решить сложную задачу, а сходу можем решить только её упрощённый вариант. Не спешите сокрушаться: даже маленький шаг приближает вас к цели – если, конечно, он сделан в правильном направлении.

Из решения упрощенной задачи можно взять и результат, и метод. Результат – простая конструкция – может стать частью конструкции сложной задачи, послужить основой или строительным блоком. Так, первый этаж многоэтажного дома – важнейшая часть его конструкции.

Метод получения простой конструкции может стать вспомогательным средством («строительными лесами»). Конструкция из упрощенной задачи послужит подсказкой к конструкции сложной задачи. Грубо говоря, прежде чем строить большой дом, полезно размяться: потренироваться на строительстве сараев и хижин. Одного простого примера обычно недостаточно, общая структура начинается просматриваться после двух-трех примеров. Когда в задаче есть целочисленный параметр, разумно посмотреть, что будет при малых значениях параметра. А именно, выбираем одно или несколько малых значений параметра, при которых конструкция строится и исследуется «руками» (например, недлинным перебором). Разминаться можно и на удобных значениях параметра: например, рассмотрим случаи с прямым углом или углом в 60° .

1. а) Клетчатая доска 5×5 раскрашена в шахматном порядке так, что угловые клетки – белые. Расставьте на ней 2 ладьи так, чтобы они побили все незанятые чёрные клетки.

б) То же для доски 7×7 и 3 ладей.

в) То же для доски 19×19 и 9 ладей.

2. а) Клетчатая доска 5×5 раскрашена в шахматном порядке так, что угловые клетки – белые. Расставьте на ней 3 ладьи так, чтобы они побили все незанятые белые клетки.

б) То же для доски 7×7 и 4 ладей.

в) То же для доски 19×19 и 10 ладей.

2. Разрежьте равносторонний треугольник на **а)** 16 **б)** 25 **в)** 333 **г)** 500 меньших равносторонних треугольников (не обязательно одинаковых).

3. а) Найдите набор из 7 гирь, чтобы для каждой целой массы от 1 до 127 г можно было выбрать одну или несколько гирь набора с такой суммарной массой.

б) Найдите набор из 10 гирь общей массой 1 кг, чтобы для каждой целой массы от 1 до 1000 г можно было выбрать одну или несколько гирь набора с такой суммарной массой.

4. а) Сложите из доминошек 2×1 квадрат 8×8 так, чтобы не было точек, где уголками соприкасались бы четыре доминошки.

б) То же, но сложить прямоугольник 8×16 .

в) То же, но сложить прямоугольник 8×17 .

г) То же, но сложить прямоугольник 8×79 .

д) Можно ли так сложить прямоугольник 8×60 ?

5. а) Отметьте на плоскости 6 точек, которые нельзя зачеркнуть двумя прямыми, но любые 5 из этих точек так зачеркнуть можно.

б) Отметьте на плоскости 10 точек, которые нельзя зачеркнуть тремя прямыми, но любые 9 из них – можно.

в) Отметьте на плоскости 55 точек, которые нельзя зачеркнуть 9-ю прямыми, но любые 54 из них – можно.

Редукция и разминка: на дом

РР1. Есть двухчашечные весы. При взвешивании груза гири можно класть на одну или на обе чаши весов.

а) Найдите набор из 4 гирь, которыми можно взвесить любой груз целого веса от 1 до 80 г.

б) Найдите набор из 5 гирь общим весом 200 г, которыми можно взвесить любой груз целого веса от 1 до 200 г.

РР2. а) Путешественник приехал в гостиницу. Местных денег у него нет, но есть золотая цепочка из 7 звеньев. Он договорился платить хозяину по одному звену каждый день – ни больше, ни меньше. Какое наименьшее число звеньев надо раскрыть, чтобы такие платежи были возможны все 7 дней? (Хозяин может давать сдачу ранее полученными звеньями).

б) Та же ситуация для цепочки с 23 звеньями и днями. Достаточно ли раскрыть 2 звена?

в) Та же ситуация для цепочки с 24 звеньями и днями. Достаточно ли раскрыть 2 звена?

(При раскрытии звена цепочка распадается на 3 куска: до звена, после звена, и само звено).

РР3. На доске записаны числа 1, 2, 4, 8, ..., 512. За одну операцию можно заменить два числа на модуль их разности. Операции заканчиваются, когда на доске останется одно число.

а) Можно ли оставить число 33?

б) Найдите все числа, которые можно оставить.

РР4. Можно ли из доминошек 2×1 сложить квадрат 30×30 так, чтобы каждая доминошка граничила по отрезку с нечетным числом других?