

Как такое может быть?

Придумать, раскручивая

1. Арбуз разрезали на 4 части и съели. Осталось 5 корок. Как такое может быть, если корок никто не грыз?
2. Числа a, b, c нечетны и не являются точными квадратами. Может ли произведение $a^b b^c c^a$ быть точным квадратом?
3. В листке было 10 задач. Артём, Максим и Халифа все их сдали. Артём сдал раньше Максима более половины задач, Максим – раньше Халифы тоже более половины задач, но и Халифа сдала раньше Артёма более половины задач. Как такое могло быть?
4. Можно ли разрезать какой-нибудь треугольник на четыре выпуклые фигуры: треугольник, четырехугольник, пятиугольник и шестиугольник?

Понять, как такое могло быть, и использовать это

5. а) Существует ли натуральное число n такое, что у n и $n+2015$ одинаковая сумма цифр?
б) Тот же вопрос про n и $n+333$?
в) Сколько есть пятизначных чисел n таких, что у n и $n+9$ одинаковая сумма цифр.
6. Незнайка пытался уложить 9 монет в клетки квадрата 3×3 так, чтобы их веса образовали магический квадрат (то есть, чтобы в каждом ряду из трех клеток – по вертикали, горизонтали и двум диагоналям – сумма весов была одной и той же). Повозившись, он со вздохом сказал, что семь сумм точно равны между собой, а восьмая то ли равна им, то ли чуть меньше. За какое наименьшее число взвешиваний можно на чашечных весах без гирь найти ряд с отличающейся суммой или убедиться, что такого ряда нет?

Зачетные задачи

КТ1. Есть 6 кусков сыра разного веса. Известно, что можно разложить сыр на две кучки по три куска так, чтобы кучки весили поровну. Как можно сделать это за два взвешивания на чашечных весах без гирь, если про любые два куска «на глаз» видно, какой весит больше?

КТ2. Правильный треугольник со стороной 9 разбит на 81 клетку – правильные треугольники со стороной 1. У клеток всего 55 вершин, в каждую вершину положили по монете. Известно, что у всех клеток, кроме одной, суммарные веса монет в вершинах одинаковы, а у этой одной – меньше. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно найти «легкую» клетку?

КТ3. Начав с 1 октября, барон Мюнхгаузен каждый день ходил на охоту. Начиная с первого ноября, он, возвратившись, говорил: «Сегодня я убил уток больше, чем позавчера, но меньше, чем неделю назад».

а) Могли ли его слова 7 дней подряд быть правдой?

б) Какое наибольшее число дней подряд эти слова могли быть правдой?

КТ4. В четырехугольнике $ABCD$ $\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 115^\circ$, $AD = BC$. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD пересекаются в точке M . Найдите $\angle MAB$.