

Таблицы и суммы

Определение. Таблица $M \times K$ – прямоугольная, в ней M строк и K столбцов.

- а) Может ли сумма чисел в каждой строке таблицы быть положительной, а в каждом столбце – отрицательной?
б) Может ли сумма чисел в каждой строке таблицы быть больше 10, а в каждом столбце – меньше 10?
- В каждой клетке прямоугольной таблицы размером $M \times K$ написано число. Сумма чисел в каждой строке и в каждом столбце равна 1. Докажите, что $M = K$.
- В следующей таблице можно отметить 5 клеток так, чтобы они лежали в разных строках и столбцах. Какую наибольшую сумму можно получить в отмеченных клетках?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

- Можно ли в таблице 5×5 расставить числа 0, 1 и -1 так, чтобы все суммы чисел по вертикалям, горизонталям и двум главным диагоналям были различны?
- В таблицу 3×3 записаны различные числа так, что в каждом столбце, в каждой строке и на каждой из двух диагоналей сумма равна 111. Какое число может стоять в центральной клетке?

Зачетные задачи

T1. Какое наименьшее число клеток может быть в таблице, у которой сумма чисел равна 16 в каждой строке и 20 в каждом столбце?

T2. В таблице 4×4 расставлены 16 чисел так, что сумма чисел по любой вертикали, горизонтали и диагонали равнялась нулю. (Таблица имеет 14 диагоналей, включая все малые, состоящие из трёх, двух и одной клеток.) Обязательно ли все числа равны 0?

T3. Учитель заполнил клетчатую таблицу 5×5 различными целыми числами и выдал по одной её копии Боре и Мише. Боря выбирает наибольшее число в таблице, затем вычёркивает строку и столбец, содержащие это число, затем выбирает наибольшее число из оставшихся, вычёркивает строку и столбец, содержащие это число, и т.д. Миша производит аналогичные операции, каждый раз выбирая наименьшие числа. Может ли учитель так заполнить таблицу, что сумма пяти чисел, выбранных Мишей, окажется не меньше суммы пяти чисел, выбранных Борей?

T4*. В квадрате 9×9 стоят числа 1 и -1 . Вычислили все произведения этих чисел по строкам и по столбцам. Доказать, что сумма этих произведений не равна нулю.

Малый мехмат, 5 класс, группа 1329а, 27 июля 2019 г, <http://www.ashap.info/Uroki/Bolagar2/2019/5a/index.html>