Неоднозначные данные-2

Неразличимые примеры

Чтобы доказать, что информации недостаточно для получения однозначного ответа, можно построить два примера, которые удовлетворяют всем условиям, но дают разные ответы.

Доказательство без разглашения

5. Суду предъявлен набор из 100 одинаковых с виду монет. Суд знает, что все настоящие монеты весят одинаково, фальшивые – тоже одинаково, но легче настоящих. Адвокат знает, какие монеты на самом деле фальшивые. Задача адвоката: показать суду, сколько есть фальшивых монет, не разгласив ни про какую монету, фальшивая она или настоящая. (Адвокат должен делать взвешивания на чашечных весах без гирь. Число взвешиваний не ограничено. Запрещены взвешивания и группы взвешиваний, из которых логически выводится, что конкретная монета фальшивая или настоящая.)

а) Суд уже установил, что фальшивых монет 3 или 4. Как адвокату показать, что их ровно 4?

б) Суд уже установил, что фальшивых монет 0 или 4. Как адвокату показать, что их ровно 4?

в) Суд уже установил, что фальшивых монет 0 или 2. Может ли адвокат, не нарушая обязательств, показать, что их ровно 2?

Примеры «задним числом»

Неразличимые примеры и контрпримеры могут строится не заранее, а только после того, как испытания уже проведены и ответы даны, с использованием уже полученной информации. Этот метод часто применяется, чтобы опровергнуть предположение о наличии «гарантированного» алгоритма.

6. а) Зритель задумывает одну из 28 карт. За одну попытку фокусник может разложить все карты на на стопки с разным числом карт и узнать у зрителя, в какой из групп находится задуманная. Может ли фокусник наверняка узнать задуманную карту за две таких попытки?

б) Зритель задумывает одну из N карт. За одну попытку фокусник может разложить все карты на на стопки с разным числом карт и узнать у зрителя, в какой из групп находится задуманная. При каких N фокусник может наверняка узнать задуманную карту за две таких попытки?

7. Зритель расставляет на шахматной доски 63 короля с номерами от 1 до 63 в любом порядке, одна клетка остаётся пустой. Гроссмейстер, не видя доски, называет номера королей. Если названный король может пойти на пустую клетку, этот ход выполняется, иначе позиция на доске остаётся неизменной. В любом случае гроссмейстеру ничего не сообщается. Так продолжается, пока гроссмейстер не скажет «Я закончил».

а) Гроссмейстер сделал семь ходов, а потом передумал. Может ли он сделать следующие ходы так, чтобы наверняка вернуть всех королей на исходную позицию?

б) Может ли гроссмейстер добиться, чтобы после «Я закончил» хотя бы один из королей с номерами от 1 до 8 не мог сделать ход на свободное поле?

(Король ходит на одну клетку по вертикали, горизонтали или диагонали)

8. Есть 4 яблока разных весов и чашечные весы без гирь. Можно ли найти яблоко, чей вес ближе всего к среднему весу всех яблок? (Если несколько яблок одинаково наиболее близки к среднему, достаточно найти хотя бы одно).

Зачётные задачи

НД1. Изначально Бэтмен сидит в одной из вершин лабиринта в форме додекаэдра. Чужой и Хищник его не видят. За одну попытку Чужой и Хищник проверяют любые две вершины. Если Бэтмен в одной из них, он пойман. Если нет, он незаметно перелетает вдоль ребра додекаэдра в одну из соседних вершин. Чужой и Хищник опять проверяют пару вершин, и т.д. Есть ли у них способ наверняка поймать Бэтмена не более чем за 100 попыток?

НД2. Есть 5 яблок разных весов и чашечные весы без гирь. Всегда ли можно найти яблоко, чей вес ближе всего к среднему весу всех яблок? (Если несколько яблок одинаково наиболее близки к среднему, достаточно найти хотя бы одно).

НД3. В клетки таблицы 10×10 записали числа 1, 2, ..., 100 в каком-то порядке. Известно только, что оба числа 1 и 100 находятся на одной диагонали. Разрешается узнать сумму чисел в любой паре клеток с общей стороной. Всегда ли можно узнать расположение всех чисел?

НД4. В звездном атласе все известные галактики были занумерованы подряд натуральными числами, начиная от 1000. Номера шли подряд и без повторений. Для контроля отдельно хранились НОД номеров каждой пары галактик. Когда число галактик перевалило за 100 миллиардов, случился сбой и все номера были потеряны. Можно ли их все восстановить по контрольной информации?

НД5. По кругу стоят 12 корзин с яблоками, одна из них красная. Известно, что в красной корзине 100 яблок, и для каждой пары соседних корзин известна разность между ними (из большей вычитают меньшую). Докажите, что если все разности – ненулевые однозначные числа, то по этим данным нельзя точно узнать число яблок в корзине справа от красной.

НД6. В колоде 52 карты (4 масти, 13 достоинств). Про любую пару карт одной масти или одного достоинства известно, сколько карт между ними лежит. Всегда ли по этой информации можно узнать пару крайних карт колоды?

НД7. В условиях задачи 5:

Суд уже установил, что фальшивых монет 2 или 3. Как адвокату показать, что их ровно 3?