

## Посредники в неравенствах-2

Посредники могут образовывать цепочку:  $A < P_1 < P_2 < \dots < P_n < B$ . Часто такую цепочку можно получить, начав менять  $A$  шаг за шагом, пока не получится  $B$ .

7. Треугольник лежит внутри другого треугольника. Докажите, что наибольшая сторона внутреннего не превосходит наибольшей стороны внешнего.

8. Выпуклый многоугольник лежит внутри другого выпуклого многоугольника. Докажите, что периметр внутреннего – меньше.

9. Есть 100 пар дедов Морозов со Снегурочками, каждый выше своей Снегурочки. Докажите, что если распределить Снегурочек по росту (самому высокому – самую высокую, и т.д.), то все равно каждый дед Мороз окажется выше доставшейся ему Снегурочки.

6\* Квадрат со стороной 1 разрезан на прямоугольники. В каждом прямоугольнике выбрали одну из двух меньших сторон (если прямоугольник – квадрат, то выбрали любую из четырёх сторон). Докажите, что сумма всех выбранных сторон не меньше 1.

## Зачётные задачи

**ПН1.** 100 плохишей получили каждый по бочке варенья и корзине печенья. У каждого вес варенья отличается от веса печенья (в ту или другую сторону) не более чем на 5 кг. Докажите, что если и бочки, и корзины пронумеровать по убыванию веса, то у емкостей с одинаковыми номерами веса содержимого будут отличаться не более, чем на 5 кг.

**ПН2.** Юра и Яша имеют по экземпляру одной и той же клетчатой таблицы  $8 \times 8$ , заполненной 64 различными числами. Юра выбирает наибольшее число в таблице и вычеркивает строку и столбец, содержащие это число, затем выбирает наибольшее из оставшихся чисел и вычеркивает строку и столбец, содержащие это число, и т.д. Яша производит аналогичные действия, но выбирает наименьшие числа. Докажите, что сумма чисел, выбранных Яшей не больше суммы чисел, выбранных Юрой.

**ПН3.** Выбрано  $n$  натуральных чисел, никакое из них не делится на другие. Докажите, что их сумма не меньше  $n^2$ .

**ПН4.** Существует ли такое натуральное  $n$ , что  $2^n$  начинается на 5, а  $5^n$  начинается на 2?

Малый мехмат, 8 класс, гр.1329а, 7 июля 2019 г, <http://www.ashap.info/Uroki/Bolgar2/2019/8-1329a/index.html>