

Увидеть двудольный граф

Раскраска в два цвета

1. а) Можно ли покрасить вершины 20-угольника в два цвета так, чтобы концы каждой стороны были разного цвета? б) А вершины 19-угольника?
2. а) На некоторых клетках шахматной доски стоят кони. Докажите, что их можно покрасить в два цвета так, чтобы кони одинакового цвета друг друга не били. б) На некоторых *белых* клетках шахматной доски стоят короли. Докажите, что их можно покрасить в два цвета так, чтобы короли одинакового цвета друг друга не били.

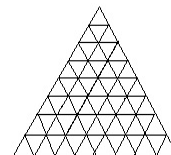
Определение. Граф – двудольный, если его вершины можно раскрасить в два цвета так, что концы каждого ребра будут разного цвета.

Примеры двудольных графов: а) Четный цикл; б) граф коня на шахматной доске; в) граф хромой ладьи на шахматной доске (она ходит как ладья, но только на одну клетку).

4. а) Нарисуйте двудольный граф с 4 вершинами, где больше всего ребер. Сколько в нем ребер? Каковы степени вершин. б) Нарисуйте двудольный граф с 6 вершинами, где больше всего ребер. Сколько в нем ребер? Каково наименьшее число самопересечений на рисунке?

5. а) Двудолен ли граф куба?

- б) Большой треугольник разрезан на одинаковые треугольники (см. рис.). Объявим треугольники вершинами, а а если у них есть общий отрезок границы, считаем эти вершины связанными ребром. Двудолен ли полученный граф?



6. а) Шахматный конь сделал 7 ходов. Мог и он вернуться последним ходом на поле, с которого начал?

- б) Можно ли в каком-нибудь двудольном графе найти цикл из 7 ребер?

7. Дан кубик Рубика 3x3x3.

- а) Клетки на поверхности кубика объявили вершинами графа, а если у двух клеток есть общая сторона, они связаны ребром. Двудолен ли полученный граф? Сколько в нём вершин и ребер?
- б) Вершины клеток на поверхности кубика объявили вершинами графа, а стороны клеток объявили ребрами графа. Двудолен ли полученный граф? Сколько в нём вершин и ребер?
8. а) Квадрат разбит на меньшие квадраты, не обязательно равные. Меньшие квадраты объявили вершинами графа, а квадраты с общим отрезком границы связаны ребром в графе. Может ли получиться не двудольный граф?
- б) Правильный треугольник разбит на меньшие треугольники, не обязательно равные. Меньшие треугольники объявили вершинами графа, а треугольники с общим отрезком границы связаны ребром в графе. Может ли получиться не двудольный граф?