

Граф-дърво в комбинаториката

1. На Полина подарили пет кубчета: бяло, синьо, оранжево, лилаво и червено. Тя строи с тях кули с едно кубче на всеки етаж.
 - а) Колко различни двуетажни кули може да направи Полина?
 - б) А колко са триетажните кули?
2. Пет джуджета: Балин, Глоин, Ори, Фили и Кили – решават как ще прекарат нощта с помощта на жребий. Единият ще отиде на разузнаване, а друг ще пази останалите трима, за да спят те спокойно. По колко начина може да се тегли жребий?
3. а) Глоин, Ори и Фили се разбрали да се редуват да пазят, докато другите двама спят. По колко начина трите джуджета могат да определят реда на караула?
 - б) Решете същата задача, ако джуджетата са четири: Балин, Глоин, Ори и Фили.
 - в) А колко ще са начините, ако джуджетата са пет?
 - г) А ако са тринадесет?
4. Баба знае как да пече пайове с месо, зеле, гъби, ябълки, боровинки, червени боровинки и малини. А за тестото тя има пет рецепти.
 - а) Колко вида пайове може да изпече баба общо?
 - б) За ябълки или горски плодове тестото трябва да е сладко, а за месо, зеле или гъби не трябва да е подсладено. Сред бабините рецепти има две за сладко тесто и три за несладко. Колко вида пай може да изпече баба при тези условия?
5. Колко различни кули може да построи Полина, ако има кубчета като в задача 1? Имайте предвид, че тя може да построи дори едноетажна кула.
6. Всички 15 момчета от класа се състезаваха кой бяга по-бързо. Всички имаха различни резултати. По колко начина могат да бъдат разпределени:
 - а) първото, второто и третото място в бягането на 2000 м?
 - б) първите места на бягането на 60, 300 и 1000 метра?
 - в) По колко начина могат да бъдат избрани две момчета за участие в училищно състезание?
7. В една група има 5 акробати: младеж, магаре, куче, котка и петел. По време на представлението те строят кули, катерейки се един върху друг, например куче на гърба на магаре, котка - на гърба на куче, младеж - на гърба на котка.
 - а) Колко кули могат да построят тези четирима акробати (без петела), като се катерят един върху друг в различен ред?
 - б) Колко кули могат да построят всичките пет акробати (включително и петела), ако петелът не е съгласен да бъде среден в кулата?
 - в) Колко кули могат да построят петимата, ако магарето не може да стои върху котката?
 - г*) Колко кули могат да построят петимата, ако котката трябва да е по-нагоре от магарето?
8. Колко петбуквени „думи“ може да се напишат с буквите на българската азбука, ако да се повтарят букви: а) може; б) не може?
„Думите“ може да нямат смисъл, и даже да са трудни за произнасяне. Например ЙЪЪМН е „дума“.
9. Тридесет и три герои трябва да излязат един след друг от морето. По колко начина те могат да се подредят в опашка за излизане?
- 10*. Колко са деветцифрените числа, при които всички цифри са различни, сумата на всеки две съседни цифри е нечетна, а самото число се дели на 4?