

Граф-дерево в комбинаторике

1. Полине подарили пять кубиков: белый, голубой, оранжевый, фиолетовый и красный. Полина строит из них башни с одним кубиком на каждом этаже.
 - а) Сколько разных двухэтажных башен может составить Полина?
 - б) А сколько трёхэтажных?
2. Пять гномов: Балин, Глоин, Ори, Фили и Кили - с помощью жребия решают, кто как проведёт ночь. Один из них пойдёт в разведку, другой будет охранять троих оставшихся, а те будут мирно спать. Сколькими способами может выпасть жребий?
3. а) Глоин, Ори и Фили договорились по очереди охранять, пока остальные двое спят. Сколькими способами три гнома могут установить очерёдность караула?
 - б) Решите ту же задачу для четырёх гномов: Балина, Глоин, Ори и Фили.
 - в) Сколькими способами можно установить очередь для пяти гномов?
 - г) А для тринадцати?
4. Бабушка умеет печь пирожки с мясом, с капустой, с грибами, с яблоками, с черникой, с брусникой и с малиной. А для теста у неё есть пять рецептов.
 - а) Сколько всего видов пирожков может испечь бабушка?
 - б) Для яблок или ягод тесто должно быть сладким, а для мяса, капусты или грибов - несладким. Среди бабушкиных рецептов два вида сладкого теста и три несладкого. Сколько видов пирожков может испечь бабушка с учётом этих ограничений?
5. Сколько разных башен может построить Полина из задачи 1? Один кубик Полина тоже считает башней - одноэтажной.
6. Все 15 мальчиков класса соревновались в беге. Одинаковых результатов не было. Сколькими способами могли распределиться:
 - а) первое, второе и третье места в кроссе на дистанции 2000м;
 - б) первые места на дистанциях 60м, 300м и 1000м?
 - в) Сколькими способами можно выбрать двух мальчиков для участия в школьных соревнованиях?
7. а) В группе 5 акробатов: юноша, осёл, пёс, кот и петух. Во время выступления они строят башни, залезая друг на друга, например пёс встаёт на спину ослу, кот — на спину псу, юноша — на спину кота. Сколько башен могли построить эти четыре акробата (без петуха), залезая друг на друга в разном порядке?
 - б) Сколько башен могли построить все пять бременских музыкантов (включая петуха), если петух не согласен быть в пирамиде самым средним?
 - в) Сколько башен можно построить впятером, чтобы осёл не оказался стоящим на коте?
 - г*) Сколько пирамид можно построить впятером, чтобы кот был выше осла?
8. Сколько пятибуквенных "слов" можно написать с помощью букв болгарского алфавита, если повторять буквы:
 - а) можно;
 - б) нельзя?"Слова" могут быть бессмысленными и даже произносимыми. Например, ЙЪЪМН – тоже "слово"
9. Тридцать три богатыря должны один за другим выйти из моря. Сколькими способами можно построить их в море в очередь на выход?
10. У скольких девятизначных чисел все цифры различны, сумма каждой пары соседних цифр нечётна, а само число делится на 4?