

Инвариант

Определение: **Инвариант** – това е нещо (число, свойство), което не се изменя при прилагане на разрешените действия (напр. при разрязване не се изменя сумата от лицата на частите на фигурата). Типични инварианти са: четността, остатъкът по някакъв модул, произведението или сумата на всички числа или остатъци и т.н. Ако при разрешените операции инвариантът се запазва, то не може да се получи друга стойност на инварианта.

Четност, делимост и остатъци

1. Може ли с монети от 14 и 35 крони да заплатим сума от 245 крони? А сума от 2005 крони?
2. Може ли сумата от 55 динара да обменим с десет монети от 1, 3, 5 и 7 динара? А с 13 монети?
3. Банкомат обменя една монета за 5 други.
 - а) Може ли чрез него да обменим една монета за 77 други?
 - б) А за 100 монети?
 - в) А за 111 монети?
4. Деца се разхождат по двойки и носят орехи в джобовите си. Във всяка двойка едното дете има 2 пъти повече орехи от другото. Може ли общият брой орехи да е 1000?
5. Има три купчини с камъни: в първата има 51 камъка, във втората има 49 камъка, а в третата - 5. Разрешено е да събираме кои да са две купчини заедно или да разделяме купчина с четен брой камъни на две равни.
 - а) Може ли да получим 105 купчини с по един камък всяка?
 - б) Какъв най-голям брой купчини можем да получим?

Оцветявания

При оцветяване държим сметка за броя, разликата или четността на клетките от един и същи цвят. Ако не е дадено как да оцветим, сами измисляме как да стане това.

6. а) От квадратна мрежа 20×20 е изрязана една ъглова клетка. Може ли останалата дъска да да разрежем на правоъгълници 2×1 ?
 - б) От квадратна мрежа 20×20 са изразани две ълови клетки: долната лява и горната дясна. Може ли останалата дъска да разрежем на правоъгълници 2×1 ?
 7. а) На дъска 8×8 можем да изберем кой да е правоъгълник, състоящ се от 4 или 6 клетки и да сменим цвета им. Може ли, използвайки това правило, да оцветим една дъска в бяло, ако преди това тя е била шахматно оцветена?
 - б) Въпросът е същия, само че дъската е 7×7 и отначало всички ълови клетки са черни.
- 8* В една страна има монети от 7, 13 и 25 динара. Веселина платила за пай с няколко монети и получила като ресто с две монети повече. Колко най-малко може да струва паят?
- 9* Може ли квадратна мрежа 10×10 да разрежем на правоъгълници 4×1 ?
- 10* По кръг са разположени редувайки се 30 монети: три ези, три тура, три ези и т.н. Ако двата съседа на монета са различни, то можем да я обърнем. Какъв най-голям брой монети могат да показват ези, използвайки тази операция?
- 11* На остров живеят 13 сиви, 15 кафяви и 17 малинови хамелеона. Ако се срещнат два раноцветни хамелеона, те едновременно си променят цвета – стават от третия цвят. Може ли след известно време всички хамелеони да станат от едноцветни?