III. Брояч за да достигнем целта

1. На рафт в безпорядък стоят събрани съчинения в 20 тома. Библиотекарят може да изкара произволна група от рафта и да ги върне обратно на същото място, но в обратен ред. Как с не повече от 19 такива операции той може да подреди томовете последователно?
2. На шахматна дъска 8×8 е поставено кубче (долната стена на кубчето съвпада с една от клетките на дъската). Горната стена на кубчето е изцапана. Кубчето се търкаля по дъската, през ръбовете си. Така кубчето преминава през всички клетки на дъската (на някои , може, няколко пъти). Може ли да се случи така, че изцапаната стена нито веднъж да не попадне върху дъската?
3. На масата има 32 кани с вода. Разрешено е да се изберат две от каните и да се изравни количеството вода в тях, преливайки вода от едната в другата. Как с разрешената операция да изравним количеството вода във всички кани?
4. Три купички са подредени в ред. В лявата има 3 бонбони, в средната и дясната – няма бонбони. Петя взима един по един бонбони. Когато взима бонбон от някоя купичка, то във всяка празна купичка, която се намира надясно, дядо Коледа допълва с 9 бонбони. Колко най-много бонбони може да събере Петя?
5. На един ред по произволен начин са написани по веднъж числата 1, 2, 3, …, 16. Разрешената операция на всеки ход е: Сменят се местата на две числа, чиято разлика е равна на 1 (например, без значение къде стоят, можем да сменим местата на 5 и 6). Докажете, че можем да наредим числата в нарастващ ред за не повече от 120 хода.
6. Във фирма работят 10 души. Всеки месец собственика повишава заплатата с 1 лев точно на девет работници (по свой избор). Как, по този начин, собственикът на повиши заплатите така, че да станат равни? (Всяка заплата е цяло число лева)
7. В ред има 30 кутии и в тях общо има 300 бонбони. Позволено е да се изберат две съседни кутии с различен брой бонбони и от кутията с по-голям брой да се прехвърлят един бонбон в кутията с по-малък брой. Докажете, че след няколко хода броят на бонбоните във всички кутии може да стане един и същ.
8. Измежду 50 ученици, всеки познава не по-малко от 25 други. Докажете, че учениците може да се разделят на групи от по 2 или 3 души така, че всеки в групата да познава всеки от своята група.