

СВЪРЖЕТЕ СЕ С ГРАФА

1. Даден е модел на куб от арматура (т.е., ръбовете на куба са направени от арматура). Колко най-много ръба можем да премахнем така, че арматурата да не се разпадне на части?

2. От кибритени клечки е направена шахматна дъска 8×8 , като страната на едно квадратче е една клечка (виж рис. 4).

а) Бръмбар иска от произволна клетка да може да премине до всяка друга клетка без да пропълзва над клечка и без да излиза от пределите на дъската. Колко най-малко клечки трябва да премахнем, ако не можем да премахваме гранични клечки?

б) Във всяка от 64-те клетки стои бръмбар, който не може да пропълзи през клечка. Всички клечки от външния контур са намазани с мед. Какъв най-малък брой клечки трябва да се премахнат, за да може всеки бръмбар да допълзи и похапне от меда?

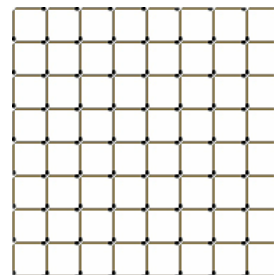


Рис. 4

3. На лист от тетрадка с квадратчета е начертан многоъгълник с лице n единични клетки. Контурът на многоъгълника е по линиите на квадратчетата на листа. Колко най-много може да бъде периметърът на многоъгълника?

Теорема 5 за свързаност на граф:

Даден е свързан граф с n върха. Следователно в него има не по-малко от $n-1$ ребра.

Нека граф с n върха се разпада на s свързани компоненти. Следователно в него има не по-малко от $n-s$ ребра.

6. а) Може ли ръбовете на куба да се оцветят в два цвята така, че между произволни два върха да има едноцветен път по ръбовете, както от единия, така и от другия цвят?

б) Дадена е квадратна мрежа 10×10 . Може ли във всяка клетка да се построи диагонал и да се оцветят страните и този диагонал на клетката в 3 цвята така, че от всеки връх на клетка до произволен друг връх да има едноцветен път по страните и диагоналите, както от единия, така и от другия, така и от третия цвят?

7. Лист от тетрадка на квадратчета оцветили (по клетки) в 23 цвята (при това всеки цвят присъства). Двойка цветове се нарича „добра“, ако съществуват две съседни клетки, оцветени в тези два цвята. Колко най-малко „добри“ двойки има?

Още задачи

8. Квадратна мрежа 8×8 разрязали по линиите на

а) два; б) три

многоъгълника с равни периметри. Намерете най-голямата възможна стойност на този периметър.

9. Даден е правоъгълник 6×11 , съставен от единични квадрати. Всяка негова клетка разрязали по един от диагоналите. На какъв най-малък брой части може да се разпадне правоъгълникът?

10*. Домакиня изпекла за гостите си пица. На масата може да седнат или 11 гости, или 20. На колко най-малко парчета (не задължително еднакви) тя трябва да разреже предварително пицата така, че във всеки от случаите да може да им раздаде парчета с равно тегло на всеки гост?