

Делимость 1

05 июля

1. Дождь над Вишикилем начался в полночь и лил ровно 10000 минут. Может ли случиться, что сразу после этого выглянуло солнце?
2. В месяце три воскресения пришлись на четные числа. Какой день недели был пятого числа?
3. Найдите последнюю цифру числа $77^{77^{77}}$.
4. Найдите две последние цифры числа а) 1999^{2012} ; б) 16^{2000} .
5. Докажите, что Вадим Вениаминович должен отпраздновать свое 28-летие в такой же день недели, в какой он родился.
6. Пушкин родился 6 июня 1799 года (по новому стилю). Какой это день недели (учтите, что 1800-й и 1900-й годы не были високосными)?
7. Докажите, что среди любых 18 подряд идущих трехзначных чисел найдется число, делящееся на свою сумму цифр.
8. В последовательности цифр каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы четырех предыдущих. Последовательность начинается с цифр 1234096... Может ли в ней встретиться комбинация цифр 1999?

Для самостоятельного решения

- Д1. Назовем автобусный билет с шестизначным номером счастливым, если сумма цифр его номера делится на 7. Могут ли два билета подряд быть счастливыми?
- Д2. Докажите, что из любых n целых чисел можно выбрать одно или несколько с суммой, кратной n .
- Д3. Докажите, что для любого $n > 2$ существуют n попарно различных натуральных чисел таких, что сумма любых $n-1$ делится на оставшееся.
- Д4. Шайка разбойников отобрала у купца мешок с монетами. Каждая монета стоит целое число грошей. Оказалось, что какую монету не отложи, оставшиеся монеты можно поделить между разбойниками так, что каждый получит одинаковую сумму. Докажите, что число монет без одной делится на число разбойников в шайке.