

Пример+оценка. Счет узких мест

05 июля

1. Электронные часы показывают цифры часов и минут (например 13:10). Какая наибольшая сумма цифр может быть на таких часах?
2. Клетчатая доска 100×100 раскрашена в шахматном порядке.
 - а) Какое наименьшее число ладей могут побить все её свободные поля?
 - б) Какое наименьшее число ладей могут побить её чёрные свободные поля?
3. Квадрат со стороной 1 м разрезали на части. Какое наибольшее число этих частей может быть прямоугольниками 1×6 дм?
4. Найдите наименьшее возможное число членов кружка, если известно, что девочек в нем меньше 50%, но больше 40%?
5. Несколько последовательных натуральных чисел выписали в строку в таком порядке, что сумма любых трех подряд стоящих чисел делится на самое левое число этой тройки. Какое максимальное количество чисел могло быть выписано, если последнее число строки – нечетное?
6. Каким наименьшим числом прямых можно разрезать все клетки шахматной доски 3×3 ? Нарисуйте такие прямые и докажите, что меньшим числом прямых обойтись нельзя. (Чтобы клетка была разрезана, прямая должна проходить через внутреннюю точку этой клетки.)
7. В вишкильскую столовую надо доставить несколько бочек с апельсинами общей массой 10 т. Каждая бочка весит не более 1 т. Какого наименьшего количества трехтонок для этого заведомо хватит?
8. На старт "Веселого забега" на 3000 м выходит команда из Саши, Вадика и Руслана. Им выдается один одноместный самокат. Дорожка – прямая, стартуют все одновременно, а в зачет идет время последнего. Придумайте план забега, если Саша бежит со скоростью 100 м/мин, Вадик – 125 м/мин, Руслан – 150 м/мин, а на самокате ездят все со скоростью 250 м/мин? За какое наименьшее время команда может пройти дистанцию?
9. В ящике лежат 111 шариков красного, синего, зелёного и белого цвета. Известно, что если, не заглядывая в ящик, вытащить 100 шариков, то среди них обязательно найдутся 4 шарика различных цветов. Какое наименьшее число шариков нужно вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка нашлись 3 шарика различных цветов?
10. а) У Пети есть 8 белых кубиков $1 \times 1 \times 1$. Он хочет сложить из всех них куб снаружи полностью белый. Какое наименьшее число граней кубиков должен закрасить Вася, чтобы помешать Пете?
б) То же про 27 кубиков.

Для самостоятельного решения

ОП1. В банке работают 2002 сотрудника. Все сотрудники пришли на юбилей, и их рассадили за один круглый стол. Известно, что зарплаты сидящих рядом различаются на 2 или 3 доллара. Какой наибольшей может быть разница двух зарплат сотрудников этого банка, если известно, что все зарплаты сотрудников различны?

ОП2. Какое наименьшее количество квадратиков 1×1 надо нарисовать, чтобы получилось изображение квадрата 25×25 , разделенного на 625 квадратиков 1×1 .

ОП3. На первой горизонтали шахматной доски стоят 8 одинаковых черных ферзей, а на последней – 8 одинаковых белых ферзей. За какое минимальное число ходов белые ферзи могут обменяться местами с черными? Ходят белые и черные по очереди, по одному ферзю за ход.

ОП4. Разбойники Хапок и Глазок делят кучу из 100 монет. Хапок захватывает из кучи пригоршню монет, а Глазок, глядя на пригоршню, решает, кому из двоих она достается. Так продолжается, пока кто-то из них не получит девять пригоршней, после чего другой забирает все оставшиеся монеты (дележ может закончиться и тем, что монеты будут разделены прежде, чем кто-то получит девять пригоршней). Хапок может захватить в пригоршню сколько угодно монет. Какое наибольшее число монет он может гарантировать себе независимо от действий Глазка? (Укажите это число, покажите, как Хапок может его себе гарантировать, и докажите, что большего он гарантировать не может).

ОП5. На зачете 10 школьникам надели на голову шапочки красного или белого цвета и построили их в колонну так, чтобы каждый мог видеть цвет шапочек только у впереди стоящих. Дальше их начинают спрашивать о цвете шапочки, начиная с заднего (который видит всех, кроме себя) по порядку. Если угадал цвет своей шапочки, то сдал зачет, а если нет, то нет. Школьники знали об испытании и могли заранее договориться, как понимать чужие ответы (например, школьник мог посчитать сколько белых и сколько красных шапочку он видит, и назвать цвет, которого меньше). Какое наибольшее число школьников может наверняка сдать зачет?