

Чудо-дерево перебора

Как у наших у ворот чудо-дерево растёт

При подсчёте числа вариантов *перебором* получаем случаи постепенно с помощью простых шагов. Случаи будут вершинами, а шаги – ветвями графа-дерева. Полезно представлять, сколько ветвей выходит *вниз* на каждой развилке, и *группировать* промежуточные случаи по числу ветвей.

1. Маленькая Нонна выучила пока только две буквы: Н и О. Ей пока не разрешают писать слова, где есть два Н подряд.

а) Сколько разных трёхбуквенных слов может написать Нонна?

б) А сколько 4-буквенных?

Варианты надо записывать коротко. Если вариант составляют из частей, хорошо обозначать части буквой или цифрой, а комбинацию – многозначным числом или словом.

2. Маше подарили пять кубиков: зелёный, алый, белый, оранжевый и розовый. Маша строит из них башни с одним кубиком на каждом этаже. Она хочет, чтобы в башне из трёх красноватых цветов – алого, оранжевого и розового – встречался ровно один, на остальные цвета ограничений нет. Сколько у неё вариантов построить башню?

Если дерево *регулярное* (на каждом этаже из каждой вершины выходит вниз одинаковое для этого этажа число ветвей), то число вершин находится умножением. Для этого не обязательно рисовать всё дерево подробно.

3. а) У скольких двузначных чисел цифры разной чётности?

б) У скольких трёхзначных чисел цифры не повторяются и чётные цифры чередуются с нечётными?

Если дерево не совсем регулярное, можно попытаться отдельно учесть нерегулярности. Иногда для этого удобно построить другое регулярное дерево.

4. В горный поход пошли Зоя, Аня, Боря, Оля и Рома. По дороге Оля и Зоя поссорились. Сколькими способами они могут построиться друг за другом для подъёма в гору так, чтобы Оля и Зоя не были рядом?

Зачётные задачи

ЧД1. Сколько четырёхбуквенных слов можно составить из букв слова ЧУДЕСА так, чтобы буквы в них не повторялись, а гласные чередовались с согласными?

ЧД2. Бабушка умеет печь пирожки с мясом, с капустой, с грибами, с яблоками, с черникой, с брусникой и с малиной. А для теста у неё есть пять рецептов.

а) Сколько всего видов пирожков может испечь бабушка?

б) Для яблок или ягод тесто должно быть сладким, а для мяса, капусты или грибов - несладким. Среди бабушкиных рецептов два вида сладкого теста и три несладкого. Сколько видов пирожков может испечь бабушка с учётом этих ограничений?

ЧД3. а) «В конце произошло самое невероятное: пёс забрался на спину ослу. Кот вскочил на голову псу. А юноша подпрыгнул и оказался стоящим на голове кота.» Сколько пирамид могли построить четыре бременских музыканта, залезая друг на друга в разном порядке?

б) Сколько пирамид могли построить все пять бременских музыкантов (включая петуха), если петух не согласен быть в пирамиде самым средним?

в) Сколько пирамид можно построить впятером, чтобы осёл не оказался стоящим на коте?

г) Сколько пирамид можно построить впятером, чтобы кот был выше осла?

ЧД4. У Коли есть 5 карточек с цифрами 1, 2, 3, 4 и 5.

а) Сколько различных четырёхзначных чисел он может из них составить?

А сколько из этих чисел делятся б) на 5; в) на 2; г) на 3; д) на 4?

ЧД5. Сколько различных 6-буквенных слов (включая бессмысленные) можно составить из букв П,А,Л,Б,Т,О так, чтобы мягкий знак стоял после согласной?

ЧД6. Если перевернуть вверх ногами лист с цифрами, то 0, 1, 8 не изменятся, 6 превратится в 9, 9 превратится в 6, остальные цифры потеряют смысл. Сколько существует девятизначных чисел, которые при переворачивании листа не изменяются?