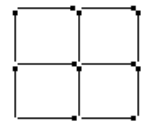


Разбиение сумм на группы. Сумма арифметической прогрессии

1. Если из спичек сложить клетчатый квадрат 2×2 , то потребуется 12 спичек (см. рис). А сколько спичек надо, чтобы сложить клетчатый квадрат 15×15 со стороной клетки в 1 спичку?



Вопросы. Как разбить все спички на группы из одинакового числа спичек?

Сколько всего таких групп?

Совет. Для подсчётов старайтесь разбить всё на одинаковые по величине (или по сумме) группы. Пусть даже групп будет много, важно лишь знать их количество и размер.

2. Найдите сумму $1+2+3+4+5+6+7+8+9+91+92+93+94+95+96+97+98+99$.

Вопрос. Можно ли сгруппировать слагаемые в пары с одинаковой суммой?

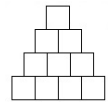
Совет. В арифметической прогрессии равны сумма первого числа с последним, второго – с предпоследним и т. д. Такое разбиение на равновеликие пары нередко удаётся и для других упорядоченных рядов чисел.

3. Чему равна сумма первых сорока нечётных чисел?

Вопросы. Чему равно 40-е нечётное число?

На какие группы с одинаковыми суммами можно разбить эти 40 чисел?

Совет. Разбиение на пары «первый с последним, второй с предпоследним и т.д.» встречается часто. Для арифметической прогрессии (но не только) суммы пар одинаковы.



4. В клетчатой «пирамиде» высотой 4 – 10 клеток (см. рис). А сколько клеток в так устроенной «пирамиде» высотой 25?

Совет. Запомните приём: может оказаться намного легче посчитать удвоенное количество. Удобно записать два экземпляра арифметической прогрессии один под другим, тогда получим равные суммы по вертикали, что сильно облегчает подсчет общей суммы. При этом не возникает проблемы с «нецелыми парами».

Формула суммы арифметической прогрессии. Если в арифметической прогрессии n членов, первый равен a , последний – z , то сумма всех членов равна $n(a+z)/2$.

5. Для каждого числа от 1 до 3999 выписали его сумму цифр. Чему равна сумма всех выписанных сумм цифр?

Выпишите по 5 членов в начале и конце ряда из сумм цифр.

Вопросы. Образует ли этот ряд арифметическую прогрессию?

Будут ли все суммы «первый с последним, второй с предпоследним ...» одинаковы?

А если в ряд сумм цифр добавить 0? Каким парам чисел соответствуют парные суммы?

Будут ли все суммы «первый с последним, второй с предпоследним ...» одинаковы? Почему?

Совет. Разбиение на пары «первый с последним, второй с предпоследним и т.д.» может быть полезно и для других возрастающих рядов.

Иногда ряд нужно подправить, чтобы добиться равенства сумм пар.

Зачётные задачи

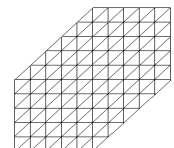
СА1-СА4 можно сдавать только до следующего занятия

СА1. Голодный таракан, теряя силы, рывками убегает от тапочки. Первый рывок был 1 м, каждый следующий был на 7 см меньше предыдущего. Когда таракан понял, что следующий рывок уже должен быть назад, тапочка его настигла. Сколько всего успел пробежать таракан?

СА2. В таблице 5×7 клетки заполнены числами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 так, что в каждом столбце и в каждой строке все числа различны. Чему равна сумма всех чисел в таблице?

СА3. На сколько маленьких треугольников разбит шестиугольник на рисунке?

СА4. Найдите сумму всех двузначных чисел, которые не делятся на 3.



СА5-СА10 можно сдавать до 20:00 воскресенья 23 ноября

СА5. На рёбрах куба написали числа 2, 3 и 5 так, что рёбра с одинаковыми числами не соприкасаются. Найдите сумму всех написанных чисел.

СА6. Гриша *ровно за час* сыграл в тетрис 10 раз подряд без перерыва. В каждой следующей игре он держался дольше, чем в предыдущей на одно и то же время. Последняя игра длилась 9 минут, а на все игры вместе он потратил ровно 1 час. Сколько длилась первая игра?

СА7. В дремучем лесу вот уже более 1000 лет живет Волшебная ёлка. Известно, что каждое

утро на ней вырастают 100 иголок и каждая иголочка живет ровно 4 года, а затем отмирает. Сколько же иголок на Волшебной ёлке сегодня в полдень?

СА8. В клетках таблицы 20x20 поставлены поровну крестиков и ноликов. Посчитали число крестиков в каждой строке, все числа оказались различными. Найдите их.

СА9. Фабрика выпускает наборы из 6 слоников различной величины. По стандарту, если выстроить слоников по росту, то разница масс соседних слоников должна быть одной и той же. Может ли контролёр проверить набор с помощью чашечных весов без гирь?

СА10*. На столе лежали в ряд 23 кучки орехов разных размеров, образующих арифметическую прогрессию. Две из этих кучек разбили на две меньшие кучки каждую, затем выложили все 25 кучек в ряд по возрастанию размера. Могли ли опять размеры кучек образовать арифметическую прогрессию? (Размер кучки – это число орехов в ней.)

Онлайн-кружок 6 класса, 7 ноября 2025 г. <http://www.ashap.info/Uroki/Mmoln/2025-26/index.html>