Кубики: счёт объёмов и граней

1. а) Кубический дециметр разрезали на кубические сантиметры и поставили их друг на друга. Достанет ли столбик до потолка твоей комнаты?
б) Кубический метр разрезали на кубические миллиметры и поставили их друг на друга. Будет ли столбик выше Эвереста?

Вопросы. Сколько сантиметров в метре? А кубических сантиметров в кубическом метре?
Что одинаково у кубического метра и у столбика?

Советы. Сравнивайте величины в одних и тех же единицах измерения. При увеличении размера в 10 раз площадь увеличивается в 10^2 =100 раз, а объём – в 10^3 =1000 раз. Чтобы не ошибиться при умножении и делении с подсчётом количества нулей, записывайте круглые числа как степени 10.

2. Кубический дециметр разрезали на меньшие части. Сколько всего получилось частей, если
а) часть – это кирпич, склеенный из двух кубических сантиметров;
б) часть – это кубик со стороной 2 см;
в) есть части двух видов – кирпичи как в (а) и кубики как в (б), причем частей обоих видов поровну?

Вопросы. Каков объём части?
Какие пары удобно использовать для подсчёта?

Совет. При разрезании куба на части сохраняется *объём*: сумма объёма частей равна объёму целого.

3. Куб 5x5x5, снаружи серый, распилили на кубики 1x1x1. Те грани, которые получились при распиле – белые. Сколько получилось кубиков
а) всего; **б)** с четырьмя серыми гранями; **в)** с тремя серыми гранями; **г)** без серых граней; **д)** с одной серой гранью; **е)** с двумя серыми гранями?

Вопросы. Где расположены кубики с указанным числом граней? К чему они примыкают?

Советы. По расположению кубики делятся на примыкающие к вершинам, ребрам, граням и лежащие внутри куба. Их количество близко соответственно к числу вершин, сумме длин рёбер, площади поверхности и объёму куба.

4. Серый кубический дециметр разрезали на меньшие части. Плоскости разреза – белые. Чему равна общая площадь белых граней, если
а) часть – это кубик со стороной 1 см;
б) часть – это кирпич, склеенный из двух кубических сантиметров?

Вопросы. **а)** Будем делать плоские разрезы куба. Какова площадь одного разреза?
Сколько всего разрезов?
Какова сумма площадей граней кубиков, примыкающих к одной плоскости разреза?
б) Какова площадь поверхности кирпича?
Какова площадь поверхности всех кирпичей?
Чему равна сумма площадей серых граней?

Советы. При разрезании куба на части площадь поверхности *не сохраняется*: она увеличивается на удвоенную сумму площадей разрезов. Если разрезы устроены просто, их площадь можно сосчитать. Иначе добавленную площадь можно сосчитать, найдя общую площадь поверхности частей и вычтя из неё старую площадь поверхности.

5. а) Герман сложил из 64 одинаковых белых кубиков куб 4x4x4 и покрасил его снаружи в серый цвет. Может ли он теперь сложить из этих кубиков серый снаружи (в том числе снизу) параллелепипед 1x8x8?
б) А серый снаружи параллелепипед 2x4x8?
в) А серый снаружи (в том числе снизу) параллелепипед 2x2x8?

Вопросы. **а)** Если у кубиков из 1x8x8 особенности окраски, которых нет у кубиков из 4x4x4?
б) Чего много в 2x4x8 и мало в 4x4x4?
в) Необходимо ли проверить, что серых граней и кубиков каждого нужного сорта *хватает*?
Достаточно ли такой проверки, чтобы быть уверенным в построении 2x2x8?

Советы. Строя из кубиков окрашенные фигуры, следите, чтобы не было дефицитов, то есть хватало числа граней нужного цвета и нужным образом окрашенных кубиков. Не забывайте, что часть граней можно спрятать внутрь, поэтому их окраска может быть не важна.

Зачётные задачи

Задачи ОГ1-ОГ4 сдать до 18:00 9 января

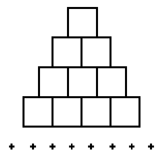
ОГ1. Куб, снаружи серый, распилили на кубики 1x1x1. Те грани, которые получились при распиле – белые.
а) Оказалось, что кубиков без серых граней столько же, сколько кубиков с тремя серыми гранями. Каков размер куба?
б) Оказалось, что кубиков с одной серой гранью столько же, сколько кубиков без серых граней. А сколько кубиков с двумя серыми гранями?

ОГ2. Платон разрезал параллелепипед 3x4x5 см на кубические сантиметры.
а) Из части кирпичей Платон сложил куб. Какое самое большое ребро может быть у этого куба?
б) Из части кирпичей Платон сложил параллелепипед с квадратной гранью. Какая наибольшая площадь может быть у этой грани?

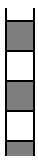
ОГ3. Луиза распилила серый снаружи куб 4x4x4 на кубики 1x1x1, плоскости распила – белые. Из всех кубиков сложили малые кубы 2x2x2.
а) Какое наибольшее число малых кубов могут быть серыми снаружи?
б) Какое наибольшее число малых кубов могут быть белыми снаружи?

ОГ4. Андрей распилил серый снаружи куб 5x5x5 на кубики 1x1x1. Плоскости распила – белые.
а) Может ли Андрей из этих кубиков сложить серый снаружи параллелепипед 4x4x8?
б) Может ли Андрей из этих кубиков сложить серый снаружи параллелепипед 3x3x9?

Задачи ОГ5-ОГ10 сдать до 20:00 18 января



ОГ5. а) Юра разрезал кубический дециметр на кубики с ребром 2 см. Из части кубиков Юра составил треугольную башню: на верхнем этаже 1 кубик, на следующем – 2 кубика, потом – 3 кубика и т. д. (см. рис). Какова наибольшая высота башни?



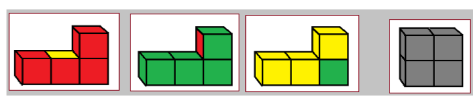
б) Юра покрасил кубический дециметр снаружи в чёрный цвет и разрезал куб на кубические сантиметры. Все плоскости разреза белые. Юра построил из кубиков столбик 1x1xN так, что на передней грани столбика 1xN строго чередуются квадратные сантиметры двух цветов (см. рис. части этой грани). Какова наибольшая высота столбика?

ОГ6. Имеется 8 окрашенных кубиков. Известно, что из следующих утверждений верны три.
А. Из кубиков можно построить куб 2x2x2, белый снаружи.
Б. Из кубиков можно построить куб 2x2x2, чёрный снаружи.
В. Есть кубик с чётным числом чёрных граней.
Г. Всего чёрных и белых граней поровну.
Которое из утверждений неверно?

ОГ7. Саша разрезала параллелепипед 3x4x5 на кирпичи 1x1x2.
а) Из части кирпичей Саша сложила куб. Какое ребро может быть у этого куба?
б) Из части кирпичей Саша сложила параллелепипед с квадратной гранью. Какая наибольшая площадь может быть у этой грани?

ОГ8*. Из единичных кубиков с серыми и белыми гранями сложен куб 2x2x2. Среди видимых граней кубиков серых вдвое больше, чем белых. А если куб рассыпать и посмотреть на все грани, то, наоборот, белых будет вдвое больше, чем серых. Обязательно ли из этих кубиков можно сложить куб 2x2x2, белый снаружи?

ОГ9*. Имеется 216 единичных кубиков. Дед Мороз должен покрасить каждую грань каждого кубика либо в золотой, либо в серебрянный цвет. Снегурочка мечтает из всех кубиков сложить куб со стороной 6, у которого каждая грань 6x6 одноцветна (но не обязательно все 6 граней одинакового цвета). Может ли Дед Мороз по ошибке покрасить кубики так, чтобы Снегурочкина мечта не сбылась?



ОГ10*. У Полины было 4 раскрашенных кубика. Расставляя их по-разному, она по очереди сфотографировала три Г-образные фигуры (см. рис.). Затем она сложил параллелепипед 2x2x1 и сделала его черно-белое фото (см. рис.). Все *видимые на фото* грани параллелепипеда одинакового цвета. Какой цвет это может быть?