Неоднозначные данные

«А это вам знать пока рано», – сказала Баба-Яга своим 33 ученикам и скомандовала: «Закройте глаза!». Правый глаз закрыли все мальчики и треть девочек. Левый глаз закрыли все девочки и треть мальчиков. Сколько учеников всё-таки увидели то, что знать пока рано?

Неразличимые примеры

Чтобы доказать, что информации недостаточно для получения однозначного ответа, можно построить два примера, которые удовлетворяют всем условиям, но дают разные ответы.

1. а) Клетки доски 7×7 покрашены в красный, синий и черный цвета так, что в каждом прямоугольнике 1×3 встречаются все три цвета. Левая нижняя клетка – красная. Можно ли наверняка узнать цвет правой верхней клетки?
б) Тот же вопрос про доску 8×8?
2. а) Незнайка утверждает, что он может узнать с помощью чашечных весов без гирь есть ли среди любых 3 камней такой, вес которого равен 1/3 общего веса. Не хвастает ли он?
б) А узнать, есть ли среди 10 камней камень веса 1/10 от общего веса? .

4. а) У Кащея есть корона в виде призмы с 18 вершинами, в каждой вершине которой вставлено по алмазу неизвестного веса. Кащей предлагает Ивану Царевичу такую игру он сообщает Ивану сумму весов алмазов на каждом ребре. Если в после этого Иван правильно назовет вес каждого алмаза, то получит корону, а если хотя бы в одном месте ошибется, то распрощается с головой. Стоит ли Ивану соглашаться играть?
б) То же, но корона – призма с 20 вершинами, и заранее известен список весов этих алмазов: 1 карат, 2 карата, ..., 20 карат.

Примеры «задним числом»

Неразличимые примеры и контрпримеры могут строится не заранее, а только после того, как испытания уже проведены и ответы даны, с использованием уже полученной информации. Этот метод часто применяется, чтобы опровергнуть предположение о наличии «гарантированного» алгоритма.

5. Из круглого зала 7 дверей ведут в 7 комнат. Кроме того, соседние по кольцу комнаты связаны внутренней дверью. Известно, что в одной из комнат находится принцесса, а в зале – Шрек. За одну попытку Шрек может постучаться в любую комнату. Если принцесса там, она достается Шреку. Если нет, принцесса обязательно переходит в соседнюю по кольцу комнату (Шрек этого не видит). Есть ли у Шрека способ наверняка добыть принцессу за 77 попыток?

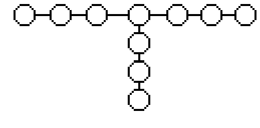
6. а) Зритель задумывает одну из 28 карт. За одну попытку фокусник может разложить все карты на на стопки с разным числом карт и узнать у зрителя, в какой из групп находится задуманная. Может ли фокусник наверняка задуманную карту за две таких попытки?
б) Зритель задумывает одну из 25 карт. За одну попытку фокусник может разложить все карты на на стопки с разным числом карт и узнать у зрителя, в какой из групп находится задуманная. Может ли фокусник наверняка задуманную карту за две таких попытки?

7. Капитан Врунгель в своей каюте разложил перетасованную колоду из 52 карт по кругу, оставив одно место свободным. Матрос Фукс с палубы, не отходя от штурвала и не зная начальной раскладки, называет карту. Если эта карта лежит рядом со свободным местом, Врунгель ее туда передвигает, не сообщая Фуксу. Иначе ничего не происходит. Потом Фукс называет еще одну карту, и так сколько угодно раз, пока он не скажет “стоп”.
а) Фукс сделал три хода, а потом передумал. Может ли он делать ходы так, чтобы наверняка вернуть все карты в исходную позицию?
б) Может ли Фукс добиться, чтобы после «стопа» рядом со свободным местом наверняка не было туза пик?

3а. Есть 4 яблока разных весов и чашечные весы без гирь. Можно ли найти яблоко, чей вес ближе всего к среднему весу всех яблок?

Зачётные задачи

3б. Есть 5 яблок разных весов и чашечные весы без гирь. Всегда ли можно найти яблоко, чей вес ближе всего к среднему весу всех яблок?
НД1. В колоде 52 карты (4 масти, 13 достоинств). Про любую пару карт одной масти или одного достоинства известно, сколько карт между ними лежит. Всегда ли по этой информации можно узнать пару крайних карт колоды?
НД2. а) В клетки доски 8×8 записали числа 1, 2, ..., 64 в неизвестном порядке. Разрешается узнать сумму чисел в любой паре клеток с общей стороной. Всегда ли можно узнать расположение всех чисел?
б) То же для доски 9×9 с числами от 1 до 81.



НД3. Есть система из 10 окопов, связанных траншеями (см. рис). Известно, что в одном из окопов прячется робот. Одним выстрелом пушка может накрыть любой окоп. Если робот там, он погибает, а если нет — обязательно перебегает по траншее в какой-нибудь из *соседних* окопов (пушка этого не видит). Есть ли способ наверняка поразить робота за 100 выстрелов?
НД4. В звездном атласе все известные галактики были занумерованы подряд натуральными числами, начиная от 1000. Номера шли подряд и без повторений. Для контроля отдельно хранились НОД номеров каждой пары галактик. Когда число галактик перевалило за 100 миллиардов, случился сбой и все номера были потеряны. Можно ли их все восстановить по контрольной информации?