

МНОГО НЕ МАЛО, или МНИМЫЕ ПРОТИВОРЕЧИЯ

Три волоса на голове – это очень мало, а три волоса в супе – очень много.

0. Джон отправился в казино с миллионом долларов играть в рулетку. При каждой игре игрок ставит на кон любое количество имеющихся у него денег, и либо их проигрывает, либо выигрывает столько, сколько поставил. Джон сыграл 100 раз, из них 99 раз выиграл. Мог ли он в итоге остаться без единого цента?
1. В цирке 10 силачей вынесли на арену на руках по циркачке, каждая легче того, кто её нёс. Потом эти циркачки унесли с арены каждая по силачу. Могло ли случиться что
 - а) каждая циркачка несла силача легче себя?
 - б) 9 из этих циркачек несли силачей легче себя?
2. Площадь треугольника – 1 кв. дм. Может ли его периметр быть больше 1 км?
3. На балу юношей и девушек было поровну, было 10 танцев и каждый раз танцевали все.
 - а) Могло ли случиться, что каждый юноша каждый следующий танец танцевал с более красивой или с более умной девушкой, чем в предыдущий танце?
 - б) А могло ли случиться наоборот, что каждая девушка каждый следующий танец танцевала с более сильным или с более умным юношей, и притом в каждом танце (начиная со второго) большинство девушек танцевали и с более сильным, и с более умным юношей?
4. а) На занятии в Летней школе было дано 20 задач. И Матроскин, и дядя Фёдор и Шарик решили их все. Матроскин отмечал задачу, если рассказал её преподавателю раньше дяди Фёдора. Дядя Фёдор отмечал задачу, если рассказал её преподавателю раньше Шарика. А Шарик отмечала задачу, если рассказал её преподавателю раньше Матроскина. Может ли у каждого из них быть отмечено более половины задач?
б) У каждого из них троих оказалось отмечено не меньше чем по N задач. При каком наибольшем N такое могло случиться?
5. На острове Гдетотам 20 городов, расстояние между любыми городами не менее 100 км. Местность, от которой до ближайшего города больше 30 км, считается провинцией. Раньше более 90% территории Гдетотама было провинцией, пока ещё одна деревня не стала городом. Может ли теперь провинция составлять менее 10% территории Гдетотама?
6. а) Найдется ли строка из 10 натуральных чисел, где каждое следующее делится на предыдущее, но имеет меньшую сумму цифр?
б) А строка из 100 чисел?
7. Есть три игральных кубика с нестандартными наборами чисел на гранях. Скажем, что кубик А *выигрывает* у кубика В, если при их одновременном бросании число на А чаще оказывается больше числа на В, чем наоборот. Может ли первый кубик выигрывать у второго, второй – у третьего, а третий – у первого?
8. Несколько черных квадратов со стороной 1 дм прибиты к белой плоскости одним гвоздем, не задевающим границ квадратов. Образовалась многоугольная черная фигура.
 - а) Оцените сверху площадь фигуры.
 - б) Толщина гвоздя 1 мм. Оцените сверху периметр фигуры.
 - в) Толщина гвоздя 0. Оцените сверху периметр фигуры.
 - г) Несколько черных квадратов со стороной 1 лежат на белой плоскости, образуя многоугольную черную фигуру (возможно, состоящую из нескольких кусков и имеющую дырки). Может ли отношение периметра этой фигуры к ее площади быть больше 10000 ?