

Перевод на другой язык (изоморфизм)

How much is five plus seven?

Задача, переведенная на другой язык, может оказаться гораздо легче. Не забудьте только перевести решение обратно!

1. а) На пустой шахматной доске двое играющих по очереди двигают коня. Двигать можно только влево-вниз. Кто не сможет сделать ход – проиграл. Найдите все клетки, начав с которых первый может выиграть, как бы хорошо ни играл соперник.
б) В двух коробочках лежат орехи, в каждой не более семи. Играют двое. За один ход нужно взять три ореха – два из одной коробочки, третий – из другой. Найдите все позиции, начав с которых первый может выиграть, как бы хорошо ни играл соперник.
2. По прямой в одном направлении на расстоянии друг от друга движутся 20 одинаковых шариков, а навстречу им движутся 15 других таких же шариков (расстояния между шариками могут быть не одинаковыми). Скорости всех шариков одинаковы. При столкновении любых двух шариков они разлетаются в противоположные стороны с той же скоростью, с какой двигались до столкновения. Сколько всего столкновений произойдет между шариками?

Переводят обычно на знакомый язык, где начинает работать интуиция!

3. а) Капитаны Боб и Иван состязаются в изготовлении и употреблении крепких напитков. Боб сделал коктейль из рома и портвейна, а Иван смешал водку с брагой. Известно, что ром крепче водки, а портвейн крепче браги. Наутро Ивану было он много хуже. Он подозревает, что его смесь оказалась крепче коктейля Боба. Могут ли его подозрения быть оправданы? (Крепость – это процент алкоголя в смеси).
б) Имеется два дома, в каждом по два подъезда. Жильцы держат кошек и собак, причём доля кошек (отношение числа кошек к общему числу кошек и собак) в первом подъезде первого дома больше, чем доля кошек в первом подъезде второго дома, а доля кошек во втором подъезде первого дома больше, чем доля кошек во втором подъезде второго дома. Обязательно ли доля кошек в первом доме больше доли кошек во втором доме?
4. Игра: «На столе лежат 9 карточек с числами от 1 до 9. Двое играющих по очереди берут по одной карточке. Выигрывает тот, кто первым после своего хода сможет выложить три карточки с суммой 15.» Эта игра – перевод на другой язык одной очень популярной игры. Какой?

Переводят для того, чтобы обойти препятствие: так, туристы, идущие вдоль берега и натолкнувшиеся на скалы, могут обойти их, временно переправившись на другой берег.

5. Летучая ладья ходит как обычная, только не может пойти на соседнее поле.
а) Есть ли замкнутый маршрут летучей ладьи по всем полям доски 4×4 ?
б) Сколько всего есть замкнутых маршрутов летучей ладьи по всем полям доски 4×4 ?
6. а) На доске выписаны числа $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{99}$. За одну операцию пара выбранных чисел a и b заменяется на отношение их произведения к их сумме. После нескольких операций осталось одно число. Какое?
б) Тот же вопрос для чисел $1, 2, 4, 8, \dots, 1024$.
в) Тот же вопрос для чисел $1 \cdot 2, 2 \cdot 3, 3 \cdot 4, \dots, n(n+1)$.
7. Из N прямоугольных плиток (возможно, неодинаковых) составлен прямоугольник с неравными сторонами. Докажите, что можно разрезать каждую плитку на две части и разложить части каждой плитки в две разные кучки так, чтобы из N частей одной кучки можно было сложить квадрат, а из N частей другой кучки – прямоугольник.
8. На доске написаны в порядке возрастания два натуральных числа x и y ($x \leq y$). Петя записывает на бумажке x^2 (квадрат первого числа), а затем заменяет числа на доске числами x и $y - x$, записывая их в порядке возрастания. С новыми числами на доске он снова проделывает ту же операцию, и так далее, до тех пор, пока одно из чисел на доске не станет нулем. Чему будет в этот момент равна сумма чисел на Петинной бумажке?
9. В противоположных углах шахматной доски стоят белая и черная фишки. Ходят по очереди на соседнюю по стороне клетку, начинают белые. Белые стремятся получить прямоугольный треугольник с вершинами в центре доски и центрах клеток с фишками. Могут ли чёрные им помешать?