

Испытания и оценки

Пусть надо выявить один предмет из N , и каждый вопрос делит все предметы на k групп, выясняя, в какую из групп попал искомый. Тогда жадный алгоритм состоит в том, чтобы делить на такие группы, чтобы размер наибольшей был как можно меньше (в идеале – на равные группы).

- а) Зритель задумывает одну из 100 карточек. За один ход фокусник может разложить все карточки на 10 кучек и узнать у зрителя, в какой из групп находится карточка. За какое наименьшее число вопросов фокусник может наверняка определить задуманную карту?
б) То же, но раскладывает на 5 кучек.
- Ваня загадал натуральное число A от 1 до 8. Стёпа называет любое натуральное число X , и спрашивает, делится ли X на A . Ваня честно отвечает «Да» или «Нет». За какое наименьшее число вопросов Стёпа может наверняка определить A ?

При делении на m групп за k вопросов удастся найти задуманный предмет не более чем из m^k предметов.

- а) Есть 27 монет, из них одна фальшивая, легче настоящей. Все настоящие весят одинаково. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка найти фальшивую монету?
б) То же про 28 монет.
- Есть 15 монет, из них одна фальшивая, легче настоящей. Все настоящие весят одинаково. Есть весы с двумя чашами и лампочкой. Лампочка загорается только если веса на чашах равны. За какое наименьшее число взвешиваний на этих весах можно наверняка найти фальшивую монету?

Выбирайте такие вопросы/взвешивания, чтобы при любом исходе количество подозрительных предметов было не слишком большим. В частности, должны быть возможны все варианты ответа (скажем, может перевесить любая из чаш или быть равенство). Обычно если при каком-то варианте ответа слишком везет (например, предмет находится досрочно), это значит, что при невезении будет слишком много подозрительных объектов и понадобится слишком много вопросов.

- Имеются 9 деталей: три с надписями 1 г, три – 2 г и три – 3 г. Одна из деталей бракованная – она легче, чем на ней написано. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно её наверняка найти?
- Есть 5 серебряных монет и 4 золотые (они отличаются по виду от серебряных). Известно, что одна из них фальшивая, а остальные настоящие (учтите, что настоящая серебряная монета может отличаться по весу от настоящей золотой!). Если фальшивая монета серебряная, то она легче настоящих монет, а если золотая – то тяжелее. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка найти фальшивую монету?

В ответе может быть не предмет, а случай. Если возможно, надо этот случай тоже представить как предмет. Но если не получается, то выпишите все возможные ответы-случаи и постарайтесь, чтобы ответы на ваши вопросы-испытания делили эти случаи по возможности на равные части.

- Имеются 4 детали с маркировками 1 г, 2 г, 3 г и 4 г. Возможно, что одна из них дефектная: более лёгкая или более тяжёлая, чем указано. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка узнать, есть ли среди деталей дефектная, и если да, то какая именно и легче ли она или тяжелее, чем на ней указано?
- а) Задумана сторона или диагональ шестиугольника ABCDEF. За какое наименьшее число вопросов типа «Да/Нет» можно её наверняка определить?
б) Задуманы два континента. За какое наименьшее число вопросов типа «Да/Нет» можно наверняка определить оба?
- Десять монет, среди которых есть как настоящие, весящие по 10 г, так и фальшивые, весящие по 9 г, выложены в ряд. Известно, что начиная слева и до какого-то места лежат все фальшивые, а потом идут все настоящие. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка определить число фальшивых монеты, если
а) на чаши можно класть только по одной монете;
б) на чаши можно класть ровно по две монеты?
- Имеется 9 гирек-эталонов весом 100 г, 200 г, ..., 900 г, и чашечные весы без других гирь. К сожалению, одна из гирек побывала в руках нечестных торговцев, и теперь она весит немного (не более чем на 10 г) легче, чем раньше. За какое наименьшее число взвешиваний можно определить облегченную гирьку?
- По кругу лежат 54 монеты, из них две фальшивых. Известно, что настоящие монеты весят одинаково, фальшивые монеты тоже весят одинаково, но фальшивые легче настоящих. Известно также, что фальшивки лежат либо рядом, либо строго напротив друг друга. Есть чашечные весы без гирь.
а) Можно ли за 3 взвешивания наверняка найти хотя бы одну монету?
б) За какое наименьшее число взвешиваний можно наверняка найти обе фальшивки?