

Кодировка (версия 1)

1. а) Как известно, компьютер работает с *двоичными кодами*, которые представляют собой записи, составленные из нулей и единиц (например, 11001011). Количество знаков в коде называется его длиной. Сколько разных символов можно закодировать двоичными кодами длины 7? б) А длины 8?
2. Код замка состоит из 4 цифр. Настя его забыла, но помнит, что цифры не повторялись. Сколько комбинаций её придется перебрать, чтобы наверняка открыть замок.
3. Слова АВТОР и ТОВАР – анаграммы (они состоят из одинаковых букв). А сколько всего анаграмм у слова АВТОР, если рассматривать всевозможные слова, даже бессмысленные?

Основные комбинаторные комбинации

В алфавите N букв. Будем с их помощью записывать слова и подсчитывать их количество.

4. (Слова с повторениями) Есть ровно N^k разных k -буквенных слов.
5. (Слова без повторений) Есть ровно $N(N-1)(N-2)\dots(N-k+1)$ разных k -буквенных слов, где все буквы различны. Это число обозначают ещё A_N^k (называя *размещениями из N по k*) или $N^{\underline{k}}$ (называя N в *убывающей степени k*).
6. (Перестановки) В слове k букв, все они различны. Всего есть $k(k-1)(k-2)\dots 2\cdot 1$ разных слов той же длины из тех же букв. Это число обозначают ещё $k!$ (читается *k факториал*).
7. (Неупорядоченные пары) Есть ровно $N(N-1)/2$ двухбуквенных подмножеств.

Кодировка

Кодировка устанавливается взаимно-однозначное соответствие между объектами (состояниями) из задачи и комбинаторными комбинациями. Например, соответствие последовательностям из 0 и 1 называют *двоичной кодировкой*.

8. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске одновременно коня, слона и ферзя?
9. Сколько всего подмножеств во множестве из 10 элементов?
10. Для проведения олимпиады преподаватели рассаживают 70 школьников в 4 аудитории (некоторые аудитории могут остаться пустыми). Сколькими способами можно произвести рассадку?
11. У скольких пятизначных чисел все цифры нечетны и при этом есть цифры, встречающиеся более одного раза?
12. Хакер Петя пытается подобрать пароль. Он знает, что пароль состоит из букв латинского алфавита (они могут быть большими и малыми) и/или цифр, и всего в пароле 8 знаков. Программа тупо пробует варианты, по тысяче в секунду. Обязательно ли она за год пароль подберет?

Задачи потруднее

13. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске восемь ладей так, чтобы они не били друг друга?
14. Сколько есть наборов из двух или более последовательных двузначных чисел?
15. Сколькими способами можно расставить числа 1, 2, ..., 20 в строку так, чтобы каждое число, кроме единицы, было больше по крайней мере одного из своих соседей?