

Редукция и разминка

Имею желание купить дом, но не имею возможности.

Имею возможность купить козу, но не имею желания.

Так пусть же наши возможности совпадут с нашими желаниями!

Желаем решить сложную задачу, а сходу можем решить только её упрощённый вариант. Не спешите сокрушаться: даже маленький шаг приближает вас к цели – если, конечно, он сделан в правильном направлении.

Из решения упрощенной задачи можно взять и *результат*, и *метод*. Результат – простая конструкция – может стать частью конструкции сложной задачи, послужить основой или строительным блоком. Так, первый этаж многоэтажного дома – важная часть его конструкции. Но и двухэтажный дом может стать частью многоэтажного. Можно сказать, что научившись надстраивать этаж, мы *свели* постройку трехэтажного дома к постройке двухэтажного. Такое сведение называют ещё *редукцией*. Цепочка таких редукций сведёт постройку многоэтажного дома к постройке одноэтажного: такой приём называют *индукцией*.

Метод получения простой конструкции может стать вспомогательным средством («строительными лесами»).

Конструкция из упрощенной задачи послужит подсказкой к конструкции сложной задачи. Грубо говоря, прежде чем строить большой дом, полезно *размяться*: потренироваться на строительстве сараев и хижин. Одного простого примера обычно недостаточно, общая структура начинает просматриваться после двух-трех примеров. Выбор задачи для *разминки* – это искусство: надо упростить достаточно, чтобы задача решилась, и в то же время не слишком сильно, чтобы сохранить *аналогию* между задачами и результатами. Когда в задаче есть целочисленный параметр, разумно посмотреть, что будет при малых значениях параметра. А именно, выбираем одно или несколько *малых* значений параметра, при которых конструкция строится и исследуется «руками» (например, недлинным перебором).

Разминаться можно и на *удобных* значениях параметра: например, рассмотрев случаи с прямым углом или углом в 60° .

1. а) Клетчатая доска 5×5 раскрашена в шахматном порядке так, что угловые клетки – белые. Расставьте на ней 2 ладьи так, чтобы они побили все незанятые чёрные клетки.
- б) То же для доски 7×7 и 3 ладей.
- в) То же для доски 19×19 и 9 ладей.
- г) То же для доски 19×19 , но 10 ладей должны побить все незанятые *белые* клетки.
2. Разрежьте равносторонний треугольник на а) 16 б) 25 в) 1000 г) 3333 меньших равносторонних треугольников (не обязательно одинаковых).
3. а) Найдите набор из 7 гирь, чтобы для каждой целой массы от 1 до 127 г можно было выбрать одну или несколько гирь набора с такой суммарной массой.
- б) Найдите набор из 10 гирь общей массой 1 кг, чтобы для каждой целой массы от 1 до 1000 г можно было выбрать одну или несколько гирь набора с такой суммарной массой.
- в)* Верно ли, что набор в задаче (а) – единственный?
4. а) Сложите из доминошек 2×1 квадрат 8×8 так, чтобы не было точек, где уголками соприкасались бы четыре доминошки.
- б) То же, но сложить прямоугольник 8×16 .
- в) Можно ли так сложить прямоугольник 8×60 ?
5. а) Отметьте на плоскости 6 точек, которые нельзя зачеркнуть двумя прямыми, но любые 5 из этих точек так зачеркнуть можно.
- б) Отметьте на плоскости 10 точек, которые нельзя зачеркнуть тремя прямыми, но любые 9 из них – можно.
- в) Отметьте на плоскости 55 точек, которые нельзя зачеркнуть 9-ю прямыми, но любые 54 из них – можно.
6. а) Путешественник приехал в гостиницу. Местных денег у него нет, но есть золотая цепочка из 7 звеньев. Он договорился платить хозяину по одному звену каждый день – ни больше, ни меньше. Какое наименьшее число звеньев надо раскрыть, чтобы такие платежи были возможны все 7 дней? (Хозяин может давать сдачу ранее полученными звеньями).
- б) Та же ситуация для цепочки с 23 звеньями и днями. Достаточно ли раскрыть 2 звена?
- в) Та же ситуация для цепочки с 24 звеньями и днями. Достаточно ли раскрыть 2 звена? (При раскрытии звена цепочка распадается на 3 куска: до звена, после звена, и само звено).
7. Есть 64 монеты двух различных весов, монет каждого веса поровну. Как на чашечных весах без гирь гарантированно найти две монеты *разного* веса не более чем за 6 взвешиваний?
8. Можно ли из доминошек 2×1 сложить квадрат 30×30 так, чтобы каждая доминошка граничила по отрезку с нечетным числом других?