

Узкие места

Кто нам мешает, тот нам поможет.

В задачах, где строят и исследуют конструкции, зацепкой к решению часто служит та часть конструкции, где *свобода выбора – наименьшая*. Такие места служат препятствиями к построению конструкции, или кажутся таковыми. Именно их мы и назовем *узкими местами*.

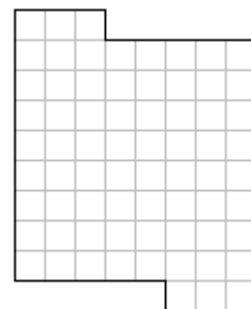
Узкое место редко состоит из одного элемента, обычно это группа из нескольких элементов конструкции, иногда отдаленных друг от друга.

Принцип крайнего советует в первую очередь обратить внимание на объекты «с краю», где край понимается в геометрическом или арифметическом (максимум, минимум) смысле. Крайность узкого места в том, что там степень свободы – наименьшая. А расположено оно может быть и посередине.

Узкие места обычно сочетаются с *постепенным конструированием*: выявив одно узкое место и используя его для построения части конструкции, полезно поискать следующее узкое место.

1. Сколькими способами можно фигуру на рисунке разрезать по границам клеточек на

- а) прямоугольники 1×5 ;
- б) прямоугольники 1×7 ?



2. а) Два пятизначных числа зашифровали словами УЗКИЕ и МЕСТА (как обычно, одинаковые цифры заменили на одинаковые, разные – на разные). Пара цифр (не обязательно соседних) образует *беспорядок*, если левая цифра больше правой. Могло ли в исходных числах не быть беспорядков?

б) То же, если получились слова УЗКОЕ и МЕСТО?

3. У Васи есть два кубика, на каждую грань которых он хочет написать одну из цифр от 0 до 9. Может ли Вася так нарисовать цифры на гранях, чтобы получился «календарь»:

а) выбирая один кубик или выбирая два кубика и приставляя их друг к другу, на верхних гранях можно было бы получить любое число от 1 до 31?

б) выбирая два кубика и приставляя их друг к другу, на верхних гранях можно было бы получить любую комбинацию от 01 до 31?

(Перевернутую цифру 6 нельзя использовать как 9, а цифру 9 – как 6)

4. Решите ребус $Я+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН=МЫ$ (как обычно, разные буквы означают разные цифры, одинаковые – одинаковые).

5. Можно ли разрезать квадрат

а) на 30-угольник и пять пятиугольников; б) на 33-угольник и три десятиугольника?

6. а) Можно ли представить 2012 как сумму пяти натуральных слагаемых так, чтобы все использованные цифры были различны?

б) А как сумму шести слагаемых?

7. Натуральное число не оканчивается нулем. Обязательно ли найдется кратное ему натуральное число, в записи которого каждая следующая цифра не меньше предыдущей?

8. Может ли прямая разбить какой-нибудь шестиугольник на 4 равных треугольника?

9. Петя взял десять последовательных натуральных чисел, записал их друг за другом в некотором порядке и получил число P . Вася взял одиннадцать последовательных натуральных чисел, записал их друг за другом в некотором порядке и получил число V . Могло ли случиться, что $P = V$?

10. Каким наименьшим количеством треугольников можно оклеить без наложений всю поверхность куба?