

Редукция и разминка

Имею желание купить дом, но не имею возможности.

Имею возможность купить козу, но не имею желания.

Так пусть же наши возможности совпадут с нашими желаниями!

Желаем решить сложную задачу, а сходу можем решить только её упрощённый вариант. Не спешите сокрушаться: даже маленький шаг приближает вас к цели – если, конечно, он сделан в правильном направлении.

Из решения упрощенной задачи можно взять и *результат*, и *метод*. Результат – простая конструкция – может стать частью конструкции сложной задачи, послужить основой или строительным блоком. Так, первый этаж многоэтажного дома – важная часть его конструкции. Но и двухэтажный дом может стать частью многоэтажного. Можно сказать, что научившись надстраивать этаж, мы *свели* постройку трехэтажного дома к постройке двухэтажного. Такое сведение называют ещё *редукцией*. Цепочка таких редукций сведёт постройку многоэтажного дома к постройке одноэтажного: такой приём называют *индукцией*.

Метод получения простой конструкции может стать вспомогательным средством («строительными лесами»). Конструкция из упрощенной задачи послужит подсказкой к конструкции сложной задачи. Грубо говоря, прежде чем строить большой дом, полезно *размяться*: потренироваться на строительстве сараев и хижин. Одного простого примера обычно недостаточно, общая структура начинает просматриваться после двух-трех примеров. Выбор задачи для *разминки* – это искусство: надо упростить достаточно, чтобы задача решилась, и в то же время не слишком сильно, чтобы сохранить *аналогию* между задачами и результатами. Когда в задаче есть целочисленный параметр, разумно посмотреть, что будет при малых значениях параметра. А именно, выбираем одно или несколько *малых* значений параметра, при которых конструкция строится и исследуется «руками» (например, недлинным перебором). Разминаться можно и на *удобных* значениях параметра: например, рассмотрев случаи с прямым углом или углом в 60° .

1. а) Клетчатая доска 7×7 раскрашена в шахматном порядке так, что угловые клетки – белые. Расставьте на ней 3 ладьи так, чтобы они побили все незанятые чёрные клетки.
б) То же для доски 19×19 и 9 ладей.
в) То же для доски 19×19 , но 10 ладей должны побить все незанятые *белые* клетки.
2. Назовем треугольник *хорошим*, если он – половинка квадрата. Разрежьте хороший треугольник на а) 16 б) 36 в) 1000 г) 2016 меньших хороших треугольников (не обязательно одинаковых).
д) Разрежьте равносторонний треугольник на 2016 меньших равносторонних треугольников (не обязательно одинаковых).
3. а) Найдите набор из 7 гирь, чтобы для каждой целой массы от 1 до 127 г можно было выбрать одну или несколько гирь набора с такой суммарной массой.
б) Найдите набор из 10 гирь общей массой 1 кг, чтобы для каждой целой массы от 1 до 1000 г можно было выбрать одну или несколько гирь набора с такой суммарной массой.
в)* Верно ли, что набор в задаче (а) – единственный?
4. а) Сложите из доминошек 2×1 квадрат 8×8 так, чтобы не было точек, где уголками соприкасались бы четыре доминошки.
б) То же, но сложить прямоугольник 8×16 .
в) Можно ли так сложить прямоугольник 8×60 ?
5. а) Отметьте на плоскости 6 точек, которые нельзя зачеркнуть двумя прямыми, но любые 9 из этих точек так зачеркнуть можно.
б) Отметьте на плоскости 10 точек, которые нельзя зачеркнуть тремя прямыми, но любые 9 из них – можно.
в) Отметьте на плоскости 55 точек, которые нельзя зачеркнуть 9-ю прямыми, но любые 54 из них – можно.

Для самостоятельного решения

РР1. Есть двухчашечные весы. При взвешивании груза гири можно класть на одну или на обе чаши весов.

а) Найдите набор из 4 гирь, которыми можно взвесить любой груз целого веса от 1 до 80 г.

б) Найдите набор из 5 гирь общим весом 200 г, которыми можно взвесить любой груз целого веса от 1 до 200 г.

РР2. а) Путешественник приехал в гостиницу. Местных денег у него нет, но есть золотая цепочка из 7 звеньев. Он договорился платить хозяину по одному звену каждый день – ни больше, ни меньше. Какое наименьшее число звеньев надо раскрыть, чтобы такие платежи были возможны все 7 дней? (Хозяин может давать сдачу ранее полученными звеньями).

б) Та же ситуация для цепочки с 23 звеньями и днями. Достаточно ли раскрыть 2 звена?

в) Та же ситуация для цепочки с 24 звеньями и днями. Достаточно ли раскрыть 2 звена? (При раскрытии звена цепочка распадается на 3 куска: до звена, после звена, и само звено).

РР3. Есть 64 монеты двух различных весов, монет каждого веса поровну. Как на чашечных весах без гирь гарантированно найти две монеты *разного* веса не более чем за 6 взвешиваний?

РР4. Можно ли из доминошек 2×1 сложить квадрат 30×30 так, чтобы каждая доминошка граничила по отрезку с нечетным числом других?

Сириус, 7 класс, 3 мая 2016 г, www.ashap.info/Uroki/Sirius/1605/index.html