Жадный алгоритм

Я не жадный, я просто экономный.

Алгоритм – это способ достижения цели через жестко определенную последовательность шагов. Когда в ответе надо предъявить алгоритм, естественно рассматривать его как составную конструкцию. Типичные примеры: выигрышная или ничейная *стратегия* в играх. Кроме того, алгоритмы регулярно возникают в задачах на испытания. Если цель – максимум какой-то величины, то ее часто достигают с помощью «жадного алгоритма», то есть добиваясь максимально возможного приращения на каждом шаге. А если цель – максимум числа шагов на фиксированном расстоянии, то жадный алгоритм советует выбирать самые короткие шаги.

1. Найдите наименьшее число с суммой цифр 100.

2. В 9 коробках лежат 1, 2, 3, …, 9 шариков. За один ход разрешается взять по шарику не более, чем из пяти коробок. За какое наименьшее число ходов можно забрать все шарики?

Бывает полезно ввести вспомогательную величину для оптимизации.

3. За какое наименьшее число ходов конь может пройти из левого нижнего угла доски 100×100 в правый верхний?

Если есть оценка, жадный алгоритм позволяет построить оптимальный пример.

4. Дан клетчатый квадрат 5×5. На какое наибольшее число неравных прямоугольников можно его разрезать по клеточкам?

Отклонение от жадности

Часто можно показать, что жадный алгоритм не достигает результата. Доказав недостижимость, подумайте, нельзя ли из этого извлечь указания, и достичь результата, следующего за жадным.

5. $ABCD$ – квадрат со стороной 8. Разрешено делать шаги длины 1, не выходя за пределы квадрата. За какое наименьшее число шагов можно пройти из A в C?

6. В банке работают 200 сотрудников. Все сотрудники пришли на юбилей, и их рассадили за один круглый стол. Известно, что зарплаты сидящих рядом различаются на 2 или 3 доллара. Какой наибольшей может быть разница двух зарплат сотрудников этого банка, если известно, что все зарплаты сотрудников *различны*?

7. а) На каждом из полей верхней и нижней горизонтали шахматной доски стоит по фишке: внизу – белые, вверху – черные. За один ход разрешается передвинуть любую фишку на соседнюю свободную клетку по вертикали или горизонтали. За какое наименьшее число ходов можно добиться того, чтобы все черные фишки стояли внизу, а белые – вверху?

б) То же для доски 9×9.

Для самостоятельного решения

ЖА1. За какое наименьшее число ходов конь может пройти из левого нижнего угла доски 101×101 в правый верхний?

ЖА2. Дан клетчатый квадрат 8×8. На какое наибольшее число прямоугольников различных периметров можно его разрезать по клеточкам?

ЖА3. Два мага сражаются друг с другом. Вначале они оба парят над морем на высоте 100 м. Маги по очереди применяют заклинания вида “уменьшить высоту парения над морем на a м у себя и на b м у соперника”, где a, b – действительные числа, $0 < a < b$. Набор заклинаний у магов конечен и одинаков, их можно использовать в любом порядке и неоднократно. Маг выигрывает дуэль, если после чьего-либо хода его высота над морем будет положительна, а у соперника – нет. Существует ли такой набор заклинаний, что второй маг может гарантированно выиграть (как бы ни действовал первый)?

Сириус, 7 класс, 10 мая 2016 г, www.ashap.info/Uroki/Sirius/1605/index.html