

Разнобой.

1. На доску выписали 20 различных натуральных чисел. Оказалось, что среди них 11 чисел делятся на 13, а 13 чисел делятся на 11. Докажите, что среди них есть число, большее 500.

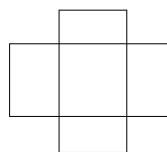
2. За круглым столом сидит 120 человек. Каждый из них сделал ровно одно из двух следующих утверждений: 1) «Мой сосед справа – рыцарь»; 2) «Тот, кто находится через одного справа от меня – рыцарь». Сколько всего лжецов могло находиться за столом?

3. Числа от 1 до 100 выписали на ленту подряд без пробелов. Получилось многозначное число 1234...9899100. Затем ленту разрезали на группы по 3 цифры: 123, 456, 789, 101, ..., 899, 100. Группы, где все цифры одинаковы, назовем яркими. Найдите среди ярких группу с наибольшей суммой цифр.

4. Клетки прямоугольной доски раскрашены в белый и голубой цвета. В любой строке, в которой есть хотя бы одна белая клетка, ровно половина клеток – голубые. В любом столбце, в котором есть хотя бы одна голубая клетка, ровно половина клеток – белые. Докажите, что белых клеток на доске столько же, сколько и голубых.

5. Решите ребус (РАЗ–ДВА)×ТРИ= 2016.

6. Мальчик нарисовал два пересекающихся прямоугольника в форме креста. Другой мальчик заметил, что получилось пять прямоугольников одинаковой площади. Докажите, что эти пять прямоугольников имеют равные периметры.



7. На клетчатой полоске 1×50 в 20 левых клеточках стоит по фишке. Паша и Витя по очереди передвигают любую фишку вправо на любое количество клеточек. Перепрыгивать через другую фишку нельзя. Проиграет тот, у кого не останется хода. У кого есть выигрышная стратегия?

8. За одно нажатие можно число на экране калькулятора увеличить на его дробную часть (например, из $\frac{3}{7}$ можно получить $\frac{6}{7}$, а из $3,8$ получить $3,8 + 0,8 = 4,6$). Начав с положительного числа, меньшего 1, за три нажатия получили число 3. С какого числа начали?

9. Есть 1 золотая, 3 серебряных и 5 бронзовых медалей. Известно, что одна из них фальшивая: легче настоящей. Настоящие медали из одного металла весят одинаково (а из разных – не одинаково). Как за два взвешивания на чашечных всеах без гирь найти фальшивую медаль?

10. Квадрат раскрашен 8×8 в два цвета. Если в прямоугольнике 1×3 две клетки одного цвета, то можно и третью клетку перекрасить в этот цвет. Докажите, что такими операциями можно сделать весь квадрат одноцветным.

Разнобой.

1. На доску выписали 20 различных натуральных чисел. Оказалось, что среди них 11 чисел делятся на 13, а 13 чисел делятся на 11. Докажите, что среди них есть число, большее 500.

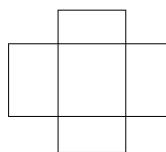
2. За круглым столом сидит 120 человек. Каждый из них сделал ровно одно из двух следующих утверждений: 1) «Мой сосед справа – рыцарь»; 2) «Тот, кто находится через одного справа от меня – рыцарь». Сколько всего лжецов могло находиться за столом?

3. Числа от 1 до 100 выписали на ленту подряд без пробелов. Получилось многозначное число 1234...9899100. Затем ленту разрезали на группы по 3 цифры: 123, 456, 789, 101, ..., 899, 100. Группы, где все цифры одинаковы, назовем яркими. Найдите среди ярких группу с наибольшей суммой цифр.

4. Клетки прямоугольной доски раскрашены в белый и голубой цвета. В любой строке, в которой есть хотя бы одна белая клетка, ровно половина клеток – голубые. В любом столбце, в котором есть хотя бы одна голубая клетка, ровно половина клеток – белые. Докажите, что белых клеток на доске столько же, сколько и голубых.

5. Решите ребус $(\text{РАЗ} - \text{ДВА}) \times \text{ТРИ} = 2016$.

6. Мальчик нарисовал два пересекающихся прямоугольника (как на рисунке). Другой мальчик заметил, что получилось пять прямоугольников одинаковой площади. Докажите, что эти пять прямоугольников имеют равные периметры.



7. На клетчатой полоске 1×50 в 20 левых клеточках стоит по фишке. Паша и Витя по очереди передвигают любую фишку вправо на любое количество клеточек. Перепрыгивать через другую фишку нельзя. Проиграет тот, у кого не останется хода. У кого есть выигрышная стратегия?

8. За одно нажатие можно число на экране калькулятора увеличить на его дробную часть (например, из $\frac{3}{7}$ можно получить $\frac{6}{7}$, а из $3,8$ получить $3,8 + 0,8 = 4,6$). Начав с положительного числа, меньшего 1, за три нажатия получили число 3. С какого числа начали?

9. Есть 1 золотая, 3 серебряных и 5 бронзовых медалей. Известно, что одна из них фальшивая: легче настоящей. Настоящие медали из одного металла весят одинаково (а из разных – не одинаково). Как за два взвешивания на чашечных всеах без гирь найти фальшивую медаль?

10. Квадрат раскрашен 8×8 в два цвета. Если в прямоугольнике 1×3 две клетки одного цвета, то можно и третью клетку перекрасить в этот цвет. Докажите, что такими операциями можно сделать весь квадрат одноцветным.