

Можно или нельзя?

1. Петя и Вася часто играют между собой, и записывают все результаты. Оказалось, что за каждые два месяца подряд в 2016 году Петя в сумме чаще выигрывал, чем проигрывал. (а) Может ли случиться, что в сумме за весь год чаще выигрывал Вася? (б) Может ли случиться, что в сумме за первые 11 месяцев года чаще выигрывал Вася?
2. Можно ли в прямоугольную таблицу поставить числа так, чтобы (а) в каждом столбце сумма была положительна, а в каждой строке отрицательна; (б) в каждом столбце сумма была больше 10, а в каждой строке меньше 10?
3. Можно ли расставить числа от 1 до 16 (а) в строку; (б) по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа?
4. Можно ли в квадрат со стороной 1 поместить несколько неперекрывающихся квадратов (а) с суммой периметров 100; (б) с суммой площадей 100?
5. Петя и Вася играют на шахматной доске, где одна из угловых клеток вырезана. Они по очереди выставляют королей на свободные поля, по одному за ход. Начинает Петя. После каждого хода игрок прибавляет себе столько очков, сколько королей побил только что выставленный король. Когда все поля заполнены, выиграет тот, у кого в сумме больше очков. Может ли кто-то из них гарантировать себе выигрыш, и если да, то кто?
6. От плоского квадратного торта отрезали по куску прямыми разрезами, пока не разрезали торт на 50 частей. Могут ли среди этих частей найтись 5 пятиугольников и 8 восьмиугольников?
7. Можно ли расставить числа 1, 2, ..., 8 в вершины куба так, чтобы суммы чисел на всех двенадцати рёбрах были различны?