

ГРАФЫ: РИСУЕМ, СЧИТАЕМ РЁБРА И ВЕРШИНЫ

Определение 1. Скажем, что задан *граф*, если задано множество его *вершин* и про любую пару вершин сказано, *связаны* они *ребром* или нет (будем рассматривать только пары из двух различных вершин).

Примеры. а) Граф знакомств: вершины – школьники, ребра – знакомства.

б) Карта: вершины – страны, ребра – пары стран с общим участком границы.

в) Города и дороги;

г) Граф короля (коня, ладьи, ферзя, хромой ладьи...): вершины – клетки доски, ребра – пары клеток, связанных ходом короля (коня, ладьи, ...)

д) Многогранники (куб, пирамида, додекаэдр и т. п.): вершины – вершины, рёбра – рёбра).

1. Нарисуйте 7-угольную пирамиду. Сколько у неё вершин и рёбер?

2. а) Нарисуйте граф хромой ладьи (ходит на 1 клетку) на доске 4x4.

б) Сколько вершин и ребер в графе хромой ладьи на доске 10x10?

3. Нарисуйте кубик Рубика 3x3x3. Вершины единичных квадратов – вершины, стороны единичных квадратов – рёбра. Сколько тех и других?

4. Сколько всего ребер в графе ладьи на доске 10x10?

Определение 2. *Степень* вершины – это число выходящих из нее ребер.

5. Какова наибольшая степень вершины в графе

а) коня; б) ферзя?

6. На одной шахматной доске стоят 64 пронумерованных коня, на другой – 64 пронумерованных короля. Может ли быть, что для каждой пары номеров если короли с этими номерами бьют друг друга, то и кони – тоже?

7. Сколько рёбер в графе короля?

Лемма 8. Сумма степеней всех вершин равна удвоенному числу ребер.