

Уравнение за кадром

Полезно посчитать что-нибудь двумя способами (чаще всего это – общая сумма). Если результаты выглядят по-разному, то может получиться либо противоречие (значит, такого не бывает), либо уравнение (и решив его, найдем неизвестное). Впрочем, противоречие может обнаружиться и после решения уравнения!

1. а) В школьной олимпиаде по математике участвовало 80 человек, по физике – 55, по информатике – 45. Составили три списка: тех, кто участвовал ровно в одной из олимпиад, ровно в двух, ровно в трех. Во всех списках одно и то же число людей. Сколько человек в каждом списке?

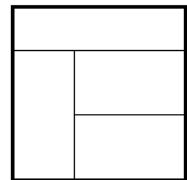
б) А могло ли при тех же условиях по математике участвовать 100 человек?

в) А 200 человек?

Важнее правильно составить уравнение, чем его решить. Основной приём: принять что-то (например, то, что нужно узнать) за неизвестное, последовательно выражать через него все неизвестные величины. То, что выражалось двумя способами, приравнять.

2. Квадрат со стороной 84 см разрезан на 4 прямоугольника одинакового периметра (см. рис.). Найдите периметр части.

Ситуация может задаваться большим количеством чисел. Если ясно, что все их не найдешь, можно не вводить лишних букв для таких неизвестных, а искать связи между суммами в группах, и брать за неизвестные эти суммы.



3. В таблицу 3×3 записаны числа. Сумма трех чисел в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали равна 111. Найдите число в центральной клетке таблицы.

Когда нет единой формулы для всех, можно использовать формулы для отдельных групп и писать свои уравнения для отдельных случаев.

4. В ряд выписаны числа 3, 121, 4, 128, 5, 135, 6, 142, 7, 149, Есть ли в этом ряду пара соседних чисел, где одно ровно в 11 раз большее другого?

Зачётные задачи

УК1. Юра и Таня за осень получили по 60 оценок, причем Юра получил пятерок столько же, сколько Таня четверок, четверок столько же, сколько Таня троек, троек столько же, сколько Таня двоек, и двоек столько же, сколько Таня пятерок. При этом средний балл у них одинаковый. Сколько двоек за осень получил Юра?

УК2. Будильник был заведен на 8 часов, но Гоша проснулся раньше и заметил, что часовая стрелка делит пополам угол между минутной стрелкой и показывающей на цифру 8 стрелкой звонка будильника. Гоша сообразил, что такое случилось в последний раз до звонка. Когда проснулся Гоша?

УК3. Даны три числа. Если их все увеличить на 1, то их произведение тоже увеличится на 1. Если все исходные числа увеличить на 2, то их произведение тоже увеличится на 2. А на сколько увеличится произведение, если все исходные числа увеличить на 3?

УК4. Род Муромцевых (ныне, увы, прекратившийся) основали трое сыновей Ильи Муромца. Все мужчины в этом роду имели по трое детей, за исключением семерых, не оставивших потомства. Всего в роду были 1994 женщины. Сколько всего человек было в роду Муромцевых? (Роду принадлежали основатели, а также те и только те дети, чей отец принадлежал роду).

УК5. Можно ли разрезать квадрат на 23 прямоугольника (возможно, не одинаковых) с одинаковым периметром вдвое меньшим чем у квадрата?

УК6. В ряд были выписаны натуральные числа 1, 2, 3, ..., 2004. Их выписали в другом порядке: сначала все кратные 2 по возрастанию (то есть 2, 4, 6...), затем все из оставшихся кратные 3 по возрастанию, затем — оставшиеся кратные 5, потом — кратные 7 и т.д. На последнее место записали число 1. Докажите, что есть как минимум два числа, которые не сдвинулись со своего места.